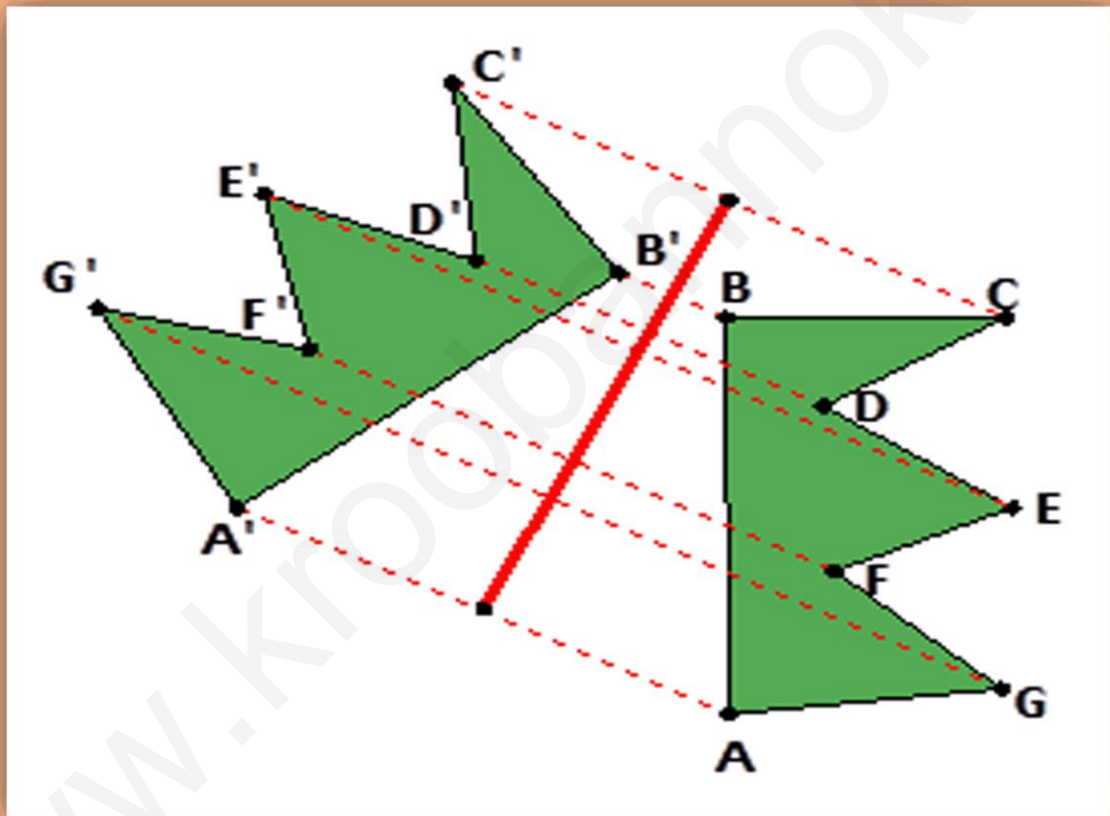


ชุดกิจกรรม

เรื่อง การแปลงทางเรขาคณิต โดยใช้โปรแกรม GSP

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2



นางยุภาพร ดั่งไต้ด

ตำแหน่ง ครู วิทยฐานะ ครูชำนาญการ

โรงเรียนอนุบาลทับทิม อำเภอกำแพงแสน จังหวัดสุพรรณบุรี

ชุดกิจกรรม เรื่อง การแปลงทางเรขาคณิต

โดยใช้โปรแกรม GSP

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์
สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

ชุดที่ 3 การสะท้อน (Reflection)



โดย

นางยุภาพร ด้วงไต้ด

ตำแหน่ง ครูชำนาญการ

โรงเรียนอนุบาลทับทวน อำเภอแก่งคอย จังหวัดสระบุรี

สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษาประถมศึกษาสระบุรี เขต 2

สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน

คำนำ

ชุดกิจกรรม เรื่อง การแปลงทางเรขาคณิต โดยใช้โปรแกรม GSP กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 จัดทำขึ้นเพื่อใช้ประกอบการเรียนการสอนควบคู่กับแผนการจัดการเรียนรู้ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 และเพื่อให้การเรียนการสอนเป็นไปอย่างมีประสิทธิภาพ สอดคล้องกับจุดมุ่งหมายของหลักสูตร รวมทั้งเพื่อเป็นการแก้ไขปัญหาผู้เรียนที่ยังไม่เข้าใจหลักเกณฑ์ และทักษะทางคณิตศาสตร์อย่างถูกต้อง ซึ่งจะช่วยให้ผู้เรียน มีความรู้ความเข้าใจ สามารถนำไปใช้ในการดำรงชีวิตในสังคมและการเรียนรู้ในขั้นสูงต่อไป

ชุดกิจกรรม เรื่อง การแปลงทางเรขาคณิต โดยใช้โปรแกรม GSP กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ได้แบ่งเนื้อหาออกเป็น 5 ชุด ครอบคลุมเนื้อหาในหน่วยการเรียนรู้ เรื่อง การแปลงทางเรขาคณิต ประกอบไปด้วย

- ชุดที่ 1 ความรู้พื้นฐานเรื่องคู่ขนานและกราฟ และการแปลงทางเรขาคณิต
- ชุดที่ 2 การเลื่อนขนาน (Translation)
- ชุดที่ 3 การสะท้อน (Reflection)
- ชุดที่ 4 การหมุน (Rotation)
- ชุดที่ 5 เทสเซลเลชัน (Tessellation)

ในชุดกิจกรรมชุดนี้เป็นชุดที่ 3 การสะท้อน (Reflection) ได้จัดกิจกรรมเพื่อให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้อย่างแท้จริง ซึ่งประกอบไปด้วยแบบทดสอบก่อนเรียน ใบความรู้ ใบกิจกรรม ใบงาน แบบทดสอบหลังเรียน เฉลยกิจกรรม ใบงาน และแบบทดสอบ ที่ให้ผู้เรียนได้ศึกษาเรียนรู้ ลงมือปฏิบัติตามกิจกรรมด้วยตนเองหลายรูปแบบและผู้เรียนสามารถตรวจสอบแบบประเมินการเรียนรู้ได้ด้วยตนเอง

ผู้จัดทำหวังว่า ชุดกิจกรรม เรื่อง การแปลงทางเรขาคณิต โดยใช้โปรแกรม GSP กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ชุดที่ 3 การสะท้อน (Reflection) เล่มนี้ คงเป็นประโยชน์แก่ครูผู้สอนและผู้เรียนในการนำไปใช้ต่อไป

นางยุภาพร ดั่งวงศ์

ผู้จัดทำ

สารบัญ

	หน้า
คำชี้แจงในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน	1
ข้อปฏิบัติ	2
ชุดกิจกรรม ชุดที่ 3 การสะท้อน (Reflection)	4
เฉลยชุดกิจกรรมที่ 3	39
บรรณานุกรม	56

คำชี้แจงในการจัดกิจกรรมการจัดการเรียนการสอน

ชุดกิจกรรมวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง การแปลงทางเรขาคณิต จัดทำขึ้นเพื่อพัฒนาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง การแปลงทางเรขาคณิต ลำดับเนื้อหาที่เกี่ยวข้องตั้งแต่พื้นฐานจนถึงเนื้อหาเรื่องการแปลงทางเรขาคณิต โดยแบ่งชุดกิจกรรม เรื่อง การแปลงทางเรขาคณิต โดยใช้โปรแกรม GSP กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เป็น 5 ชุด ดังนี้

ชุดที่ 1 ความรู้พื้นฐานเรื่องคู่อันดับและกราฟ และการแปลงทางเรขาคณิต

- 1.1 ความรู้พื้นฐานเรื่องคู่อันดับและกราฟ
- 1.2 การแปลงทางเรขาคณิต

ชุดที่ 2 การเลื่อนขนาน (Translation)

- 2.1 การเลื่อนขนานด้วยระยะทางและมุมคงที่
- 2.2 การเลื่อนขนานบนระบบพิกัดฉาก
- 2.3 การเลื่อนขนานตามเวกเตอร์

ชุดที่ 3 การสะท้อน (Reflection)

- 3.1 การสะท้อนผ่านเส้นตรง
- 3.2 การหาภาพและเส้นสะท้อน
- 3.3 การสะท้อนบนระบบพิกัดฉาก

ชุดที่ 4 การหมุน (Rotation)

- 4.1 การหมุน (Rotation)
- 4.2 การหาภาพและจุดหมุน
- 4.3 การหมุนบนระบบพิกัดฉาก

ชุดที่ 5 เทสเซลเลชัน (Tessellation)

- 5.1 เทสเซลเลชันแบบปกติ (Regular Tessellation)
- 5.2 เทสเซลเลชันแบบกึ่งปกติ (Semi regular Tessellation)

ในการศึกษาชุดกิจกรรม เรื่อง การแปลงทางเรขาคณิต ให้นักเรียนศึกษาตามลำดับของชุดกิจกรรมที่กำหนด โดยศึกษาข้อปฏิบัติสำหรับนักเรียนให้ละเอียดก่อนลงมือทำชุดกิจกรรม

ผู้จัดทำหวังเป็นอย่างยิ่งว่า ชุดกิจกรรมนี้จะช่วยพัฒนานักเรียนให้มีความรู้ ความเข้าใจในเรื่องการแปลงทางเรขาคณิตมากขึ้น และมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องการแปลงทางเรขาคณิตสูงขึ้น

ยุภาพร ค้างไต้ด

ข้อปฏิบัติ

การใช้ชุดกิจกรรม เรื่อง การแปลงทางเรขาคณิต โดยใช้โปรแกรม GSP
กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2



1. ข้อปฏิบัติสำหรับครู

1.1 สิ่งที่ต้องเตรียม

1.1.1 ชุดกิจกรรมการแปลงทางเรขาคณิต โดยใช้โปรแกรม GSP กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 จำนวน 5 ชุด

1.1.2 เครื่องคอมพิวเตอร์ที่ลงโปรแกรม The Geometer's Sketchpad (GSP) จำนวน 37 เครื่อง โดยระบบคอมพิวเตอร์ที่ใช้ต้องมีต้องมีรายละเอียดดังนี้

- เครื่องคอมพิวเตอร์ รุ่น Pentium ขึ้นไป
- หน่วยความจำควรมี 64 Mb ขึ้นไป
- ใช้กับ Window 98 หรือสูงกว่า
- การ์ดแสดงผล SVGA ปรับความละเอียด 800 × 600 ที่ 256 สี ขึ้นไป

1.2 ครูควรศึกษาเนื้อหาที่ต้องสอนโดยละเอียด

1.3 การสอนโดยใช้ชุดกิจกรรม เป็นการจัดการเรียนการสอนแบบบุคคล มีขั้นตอนดังนี้

1.3.1 ขั้นนำ และแบบทดสอบก่อนเรียน

1.3.2 ขั้นสอน โดยนักเรียนศึกษาความรู้จากใบความรู้ ตัวอย่าง

1.3.3 ขั้นสร้างองค์ความรู้โดยทำกิจกรรมและใบงาน

1.3.4 ทดสอบหลังเรียน

1.4 ขณะที่นักเรียนประกอบกิจกรรม ครูควรสังเกตการทำกิจกรรมของนักเรียน หากนักเรียนคนใดมีปัญหาหรือข้อสงสัย ครูควรเข้าไปให้ความช่วยเหลือทันที


1.5 ครูควรเก็บกิจกรรมและใบงานของนักเรียนแต่ละคนไว้ตรวจสอบเพื่อดูพฤติกรรมการเรียนรู้และความก้าวหน้าของการเรียนรู้

2. ข้อปฏิบัติสำหรับนักเรียน

ชุดกิจกรรมนี้ สร้างขึ้นเพื่อให้ นักเรียน ได้ศึกษาด้วยตนเอง โดยนักเรียนจะได้ประโยชน์จากชุดกิจกรรมตามจุดประสงค์ที่ตั้งไว้ ด้วยการปฏิบัติตามคำแนะนำต่อไปนี้ อย่างเคร่งครัด

2.1 นักเรียนทำแบบทดสอบก่อนเรียนในแต่ละชุดกิจกรรมทุกชุด และศึกษาจุดประสงค์การเรียนรู้ก่อนลงมือทำชุดกิจกรรม

2.2 นักเรียนศึกษาตัวอย่างให้เข้าใจก่อน แล้วจึงลงมือทำกิจกรรมและตอบคำถามให้หมดทุกข้อ

2.3 เมื่อทำกิจกรรมตามเสร็จแล้วให้ตรวจเฉลยจากปุ่ม  ถ้าตอบผิดให้นักเรียนกลับไปศึกษาเนื้อหาใหม่อีกครั้ง แล้วจึงตอบคำถามให้ถูกต้อง

2.4 นักเรียนต้องไม่ดูเฉลยก่อนทำกิจกรรม ต้องมีความซื่อสัตย์ต่อตนเอง

2.5 นักเรียนต้องศึกษาชุดกิจกรรมด้วยตนเอง ถ้ามีปัญหาหรือข้อสงสัยให้ปรึกษาผู้สอนทันที

2.6 ให้นักเรียนพิมพ์คำตอบลงในชุดกิจกรรมของโปรแกรม GSP และห้ามเปลี่ยนแปลงข้อความในชุดกิจกรรม ถ้าไม่ได้รับอนุญาตจากครูผู้สอน

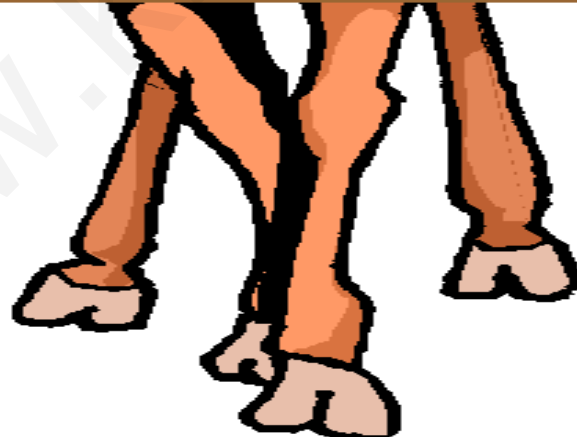
2.7 เมื่อทำชุดกิจกรรมเสร็จแล้วให้เตรียมตัวทำแบบทดสอบหลังเรียนต่อไป

2.8 เมื่อจบการเรียนในแต่ละชุดกิจกรรมนักเรียนบันทึกชื่องานตามชุดที่ทำและตามด้วยชื่อนักเรียน แล้วส่งงานเข้าไปยังห้องเรียน GSP ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2/2





ชุดกิจกรรม เรื่อง การแปลงทางเรขาคณิต โดยใช้โปรแกรม GSP
กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2
ชุดที่ 3 การสะท้อน (Reflection)



The Geometer's Sketchpad - [ชุดที่ 3 การสะท้อน (Reflection) - 1]

เพิ่ม แก้ไข แสดงผล สร้าง การแปลง การวัด กราฟ หน้าตา วิธีใช้

ชุดกิจกรรม เรื่อง การแปลงทางเรขาคณิต
โดยใช้โปรแกรม GSP
กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

ชุดที่ 3
การสะท้อน (Reflection)



การสะท้อน
 เริ่มใหม่

หน้าถัดไป
 กิจกรรม
 เฉลย

จัดทำโดย นางยุภาพร ด้วงโด้ โรงเรียนอนุบาลทับกวาง
 สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษาประถมศึกษาสระบุรี เขต 2

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25 26 27 28 29 30 31 32 33 34 35 36 37 38 39 40 41 42 43 44 45 46 47 48 49 50

The Geometer's Sketchpad - ชุดที่ 3 การสะท้อน (Reflection) - 2

เพิ่ม แก้ไข แสดงผล สร้าง การแปลง การวัด กราฟ หน้าต่าง วิธีใช้

แบบทดสอบก่อนเรียนชุดที่ 3

คำชี้แจง ให้นักเรียนใช้ หน้าคำตอบที่ถูกที่สุดเพียงคำตอบเดียว

1. จุด $A(2, 1)$ มีแกน Y เป็นแกนสะท้อนที่เกิดของจุด A' คือข้อใด

ก. $A'(-2, -1)$ ข. $A'(-2, 1)$

ค. $A'(2, 1)$ ง. $A'(1, 2)$

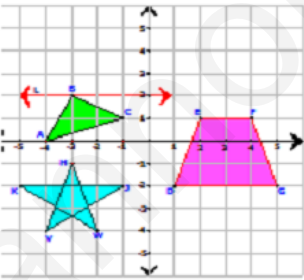
3. ถ้าพิกัดของจุด B คือ $B(3, 1)$ พิกัดของจุด B' ที่เกิดจากการสะท้อนที่แกน Y แล้วสะท้อนต่อที่แกน X คือข้อใด

ก. $(1, 3)$ ข. $(3, 1)$

ค. $(-3, -1)$ ง. $(3, -1)$

6. จาก $\square ABCD$ ที่มีจุดยอดอยู่ที่ $A(-1, -3), B(1, -3), C(2, -1), D(0, -1)$ เส้นสะท้อนคือเส้นตรง $Y = 0$ พิกัดของจุดยอดที่ได้จากการสะท้อนคือข้อใด

จากรูปต่อไปนี้ตอบคำถามข้อ 7-9



8. พิกัดของรูป $\triangle A'B'C'$ ซึ่งเป็นภาพที่ได้จากการสะท้อน $\triangle ABC$ โดยสะท้อนตามเส้นตรง l คือข้อใด

ก. $A'(-3, 2), B'(-4, 4), C'(-1, 3)$

ข. $A'(-4, 4), B'(-3, 2), C'(-1, 3)$

ค. $A'(-1, 3), B'(-3, 2), C'(-4, 4)$

ง. $A'(-3, 2), B'(-1, 3), C'(-3, 2)$

10. การสะท้อนคืออะไร


ก. การเคลื่อนที่ทิศทางเดียวกันเป็นระยะทางเท่ากัน

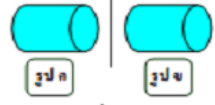
ข. การเคลื่อนที่ไปเป็นมุมเดียวกันรอบจุดคงที่


ค. การเคลื่อนที่อย่างมีอิสระ


ง. การเคลื่อนที่ข้ามเส้นตรงเส้นหนึ่งเปรียบเสมือนกระจกเงา

2. ให้รูป A และรูป B เท่ากันทุกประการ จงพิจารณาว่ารูป B ในข้อใด เป็นภาพที่เกิดจากการสะท้อนรูป A ได้ถูกต้อง

ก.  รูป ก

ข.  รูป ข

ค.  รูป ค

ง.  รูป ง

4. ข้อใดเกี่ยวข้องกับการสะท้อน

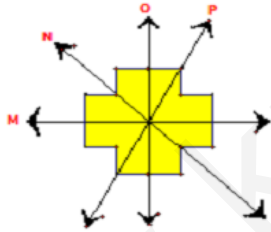
ก. ภาพเงาต้นไม้ในน้ำ

ข. ภาพกังหันลมในทุ่งหญ้า

ค. ภาพรถยนต์แล่นบนถนน

ง. ภาพนกบินอยู่บนท้องฟ้า

5. ข้อใดไม่ใช่เส้นสะท้อน



ก. เส้นตรง M ข. เส้นตรง N

ค. เส้นตรง O ง. เส้นตรง P

7. ใช้แกน Y เป็นเส้นสะท้อน รูป $\square DEFG$ พิกัดของภาพสะท้อนที่ได้คือข้อใด

ก. $D'(-1, -2), E'(-2, 1), F'(-4, 1), G'(-5, -2)$

ข. $D'(-2, 1), E'(-4, 1), F'(-5, -2), G'(-1, -2)$

ค. $D'(1, 2), E'(5, 2), F'(4, -1), G'(2, -1)$

ง. $D'(4, -1), E'(2, -1), F'(5, 2), G'(1, 2)$

9. พิกัดรูปดาว $H'V'J'K'W'$ ข้อใดเป็นการสะท้อนรูปดาว $HVKW$ โดยใช้แกน Y เป็นเส้นสะท้อน

ก. $H'(3, -1), V'(4, -4), J'(1, -2), K'(5, -2), W'(2, -4)$

ข. $H'(2, -4), V'(5, -2), J'(1, -2), K'(4, -4), W'(3, -1)$

ค. $H'(-3, 1), V'(-4, 4), J'(-1, 2), K'(-5, 2), W'(-2, 4)$

ง. $H'(-4, 4), V'(-2, 4), J'(-1, 2), K'(-3, 1), W'(-5, 2)$

ก่อนทำนี้

หน้าถัดไป

กลับหน้าหลัก


1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25 26 27 28 29 30 31 32 33 34 35 36 37 38 39 40 41 42 43 44 45 46 47 48 49 50

The Geometer's Sketchpad - [ชุดที่ 3 การสะท้อน (Reflection) - 3]

เพิ่ม แก้ไข แสดงผล สร้าง การแปลง การวัด กราฟ หน้าต่าง วิธีใช้

จุดประสงค์การเรียนรู้

1. บอกความหมายและสมบัติของการสะท้อนได้
2. หาเส้นสะท้อนได้เมื่อกำหนดรูปต้นแบบและภาพสะท้อนให้
3. หาภาพสะท้อนได้เมื่อกำหนดรูปต้นแบบและเส้นสะท้อนให้
4. หาภาพสะท้อนและพิกัดจากการสะท้อนของรูปต้นแบบบนระบบพิกัดฉากได้
5. บอกได้ว่าภาพที่เกิดจากการสะท้อนรูปต้นแบบผ่านเส้นตรงมีลักษณะอย่างไร
6. บอกได้ว่าภาพที่เกิดจากการสะท้อนรูปต้นแบบผ่านเส้นตรงถูกต้องหรือไม่
7. สามารถอธิบายขั้นตอนการสะท้อนได้



ก่อนหน้า

หน้าถัดไป

กลับหน้าหลัก

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25 26 27 28 29 30 31 32 33 34 35 36 37 38 39 40 41 42 43 44 45 46 47 48 49 50

The Geometer's Sketchpad - [ชุดที่ 3 การสะท้อน (Reflection) - 4]

เพิ่ม แก้ไข แสดงผล สร้าง การแปลง การวัด กราฟ หน้าตา วิธีใช้

ใบความรู้ที่ 3.1 การสะท้อน (Reflection)

การสะท้อน (Reflection) เป็นการแปลงทางเรขาคณิตจากรูปต้นแบบเป็นภาพ โดยแต่ละจุดในภาพกับจุดที่สมนัยกับรูปต้นแบบ ห่างจากเส้นตรงคงที่เส้นหนึ่งเท่ากัน

เส้นตรงคงที่หรือเส้นตรง เรียกว่า เส้นสะท้อน (Line Of Reflection)

ภาพที่เกิดจากการสะท้อนทำกับทุกประการกับรูปต้นแบบ แต่จะกลับซ้ายเป็นขวาเช่นเดียวกับภาพที่เห็นในกระจกเงา (กระจกเงาคือเส้นสะท้อน)

สมบัติของการสะท้อน

1. การสะท้อนเป็นการแปลงที่มีการจับคู่กันแบบหนึ่งต่อหนึ่ง ที่สมนัยกันระหว่างจุดต่างๆ บนรูปต้นแบบ และภาพที่เกิดจากการสะท้อน
2. ระยะระหว่างจุดบนรูปต้นแบบถึงเส้นสะท้อนกับระยะจากเส้นสะท้อนถึงจุดบนภาพที่เกิดจากการสะท้อนที่สมนัยกับจุดบนรูปต้นแบบที่มีความยาวเท่ากัน
3. ภาพที่เกิดจากการสะท้อนเหมือนรูปต้นแบบและเท่ากันทุกประการ
4. เส้นสะท้อนจะแบ่งครึ่งและตั้งฉากกับส่วนของเส้นตรงที่เชื่อมระหว่างจุดแต่ละจุดบนรูปต้นแบบกับจุดบนภาพที่เกิดจากการสะท้อนที่สมนัยกัน
5. จุดต่างๆ บนเส้นสะท้อนเป็นจุดคงที่ไม่เปลี่ยนแปลงตำแหน่งเมื่อทำการสะท้อน

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25 26 27 28 29 30 31 32 33 34 35 36 37 38 39 40 41 42 43 44 45 46 47 48 49 50

ลากหรือเลือก ตามปรมาณ


The Geometer's Sketchpad - [ชุดที่ 3 การสะท้อน (Reflection) - 5]

เพิ่ม แก้ไข แสดงผล สร้าง การแปลง การวัด กราฟ หน้าตา วิธีใช้

ใบความรู้ที่ 3.2 เส้นสะท้อนและเส้นสมมาตร

ภาพตัวอย่างการสะท้อน

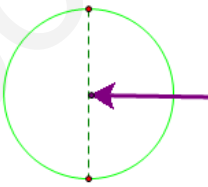
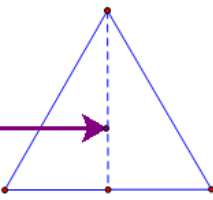
พิจารณารูปต่อไปนี้



จากภาพจะพบว่าเงาสะท้อนบนผิวน้ำเกิดจากรูปต้นแบบที่เป็นภูเขา โดยมีแม่น้ำเป็นเหมือนกระจก และผิวของแม่น้ำเป็นเหมือนเส้นสมมาตรหรือเรียกอีกชื่อหนึ่งว่า เส้นสะท้อน

DOG → เส้นสะท้อน

เส้นสมมาตร

เอ...เส้นสะท้อนกับเส้นสมมาตรคือเส้นเดียวกันไหม

ข้อควรรู้ การสะท้อนครึ่งรูปเมื่อพับตามแนวเส้นสะท้อน รูปซีกซ้ายและซีกขวาจะทับกันสนิทพอดี เรียกว่า

เส้นสะท้อนสมมาตร

ก่อนหน้า
หน้าถัดไป
กลับหน้าหลัก


1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25 26 27 28 29 30 31 32 33 34 35 36 37 38 39 40 41 42 43 44 45 46 47 48 49 50

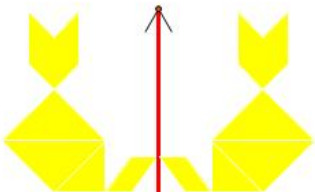
The Geometer's Sketchpad - [ชุดที่ 3 การสะท้อน (Reflection) - 6]

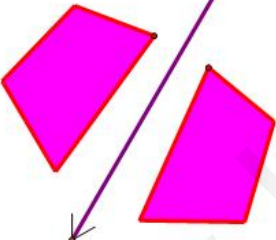
เพิ่ม แก้ไข แสดงผล สร้าง การแปลง การวัด กราฟ หน้าตา วิธีใช้

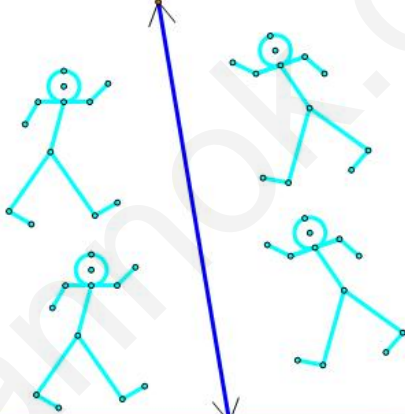
ตัวอย่าง 1 การสะท้อนของรูปต่างๆ


การแปลงทางเรขาคณิต
การสะท้อนของรูปต่างๆ

1. 

2. 

3. 

4. 

5. 

นักเรียนลองขยับเส้นสะท้อน แล้วสังเกตความเปลี่ยนแปลง ว่าจะมีลักษณะอย่างไร

ก่อนหน้า
หน้าถัดไป
กลับหน้าหลัก

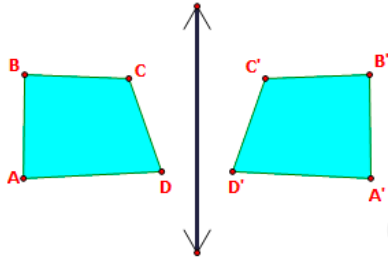
1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25 26 27 28 29 30 31 32 33 34 35 36 37 38 39 40 41 42 43 44 45 46 47 48 49 50

The Geometer's Sketchpad - [ชุดที่ 3 การสะท้อน (Reflection) - 7]

เพิ่ม แก้ไข แสดงผล สร้าง การแปลง การวัด กราฟ หน้าต่าง วิธีใช้

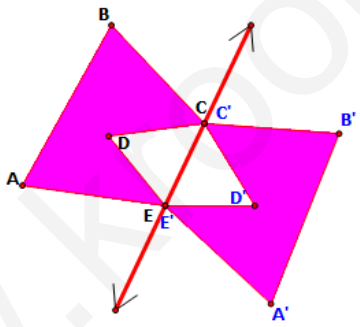
ใบความรู้ที่ 3.3 การสะท้อนผ่านเส้นตรง

กรณีที่ 1 ทุกจุดบนรูปคั่นแบบไม่อยู่บนเส้นตรง



รูปสี่เหลี่ยม ABCD เป็นรูปคั่นแบบ มีเส้นตรงเป็นเส้นสะท้อน
จุด A, B, C และ D ไม่อยู่บนเส้นตรง

กรณีที่ 2 มีบางจุดบนรูปคั่นแบบอยู่บนเส้นตรง



รูปสี่เหลี่ยม ABCDE เป็นรูปคั่นแบบ มีเส้นตรงเป็นเส้นสะท้อน
จุด A, B, C, D และ E อยู่บนเส้นตรง

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25 26 27 28 29 30 31 32 33 34 35 36 37 38 39 40 41 42 43 44 45 46 47 48 49 50

The Geometer's Sketchpad - [ชุดที่ 3 การสะท้อน (Reflection) - 8]

เพิ่ม แก้ไข แสดงผล สร้าง การแปลง การวัด กราฟ หน้าตา วิธีใช้

ใบความรู้ที่ 3.4 การสะท้อนส่วนของเส้นตรง

กำหนดให้ ส่วนของเส้นตรง AB มีจุด A และ B เป็นจุดปลาย
 จะพบว่า จุด A' และ B' เป็นภาพสะท้อนของจุด A และจุด B
 ส่วนของเส้นตรง A'B' (หรือ A'B') เป็นภาพสะท้อนของส่วนของเส้นตรง AB (หรือ AB)
 จะได้

- ระยะจากจุด A ถึงเส้นสะท้อน เท่ากับระยะจากจุด A' ถึงเส้นสะท้อน
 ระยะจากจุด B ถึงเส้นสะท้อน เท่ากับระยะจากจุด B' ถึงเส้นสะท้อน
- ความยาวของ AB เท่ากับความยาวของ A'B'
 นั่นคือ $AB = A'B'$
- เส้นสะท้อนแบ่งครึ่งและตั้งฉากกับ AA' และ BB'

ก่อนหน้า
 หน้าถัดไป
 กลับหน้าหลัก

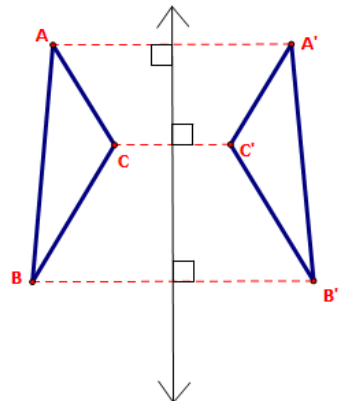
1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25 26 27 28 29 30 31 32 33 34 35 36 37 38 39 40 41 42 43 44 45 46 47 48 49 50

ลากหรือเลือก รูปภาพ

The Geometer's Sketchpad - [ชุดที่ 3 การสะท้อน (Reflection) - 9]

เพิ่ม แก้ไข แสดงผล สร้าง การแปลง การวัด กราฟ หน้าตา วิธีใช้

กิจกรรมที่ 3.1 นักเรียนพิจารณาการสะท้อนบนเส้นตรงต่อไปนี้ พร้อมทั้งเติมคำในช่องว่างให้ถูกต้อง



กำหนดให้ ABC เป็นรูปสามเหลี่ยมรูปหนึ่ง, มีเส้นตรงเป็นเส้นสะท้อน

จะพบว่า จุด และ เป็นภาพสะท้อนของจุด A, B และจุด C

ส่วนของเส้นตรง เป็นภาพสะท้อนของส่วนของเส้นตรง

ส่วนของเส้นตรง เป็นภาพสะท้อนของส่วนของเส้นตรง

ส่วนของเส้นตรง เป็นภาพสะท้อนของส่วนของเส้นตรง

จะได้

- ระยะจากจุด A ถึงเส้นสะท้อน เท่ากับระยะจากจุด A' ถึงเส้นสะท้อน
ระยะจากจุด ถึงเส้นสะท้อน เท่ากับระยะจากจุด ถึงเส้นสะท้อน
ระยะจากจุด ถึงเส้นสะท้อน เท่ากับระยะจากจุด ถึงเส้นสะท้อน
- ความยาวของส่วนของเส้นตรงเท่ากัน
นั่นคือ $AB = A'B', \dots = \dots, \dots = \dots$
- $\triangle ABC \cong \triangle A'B'C'$
- เส้นสะท้อนแบ่งครึ่งและตั้งฉากกับ AA', \dots และ \dots

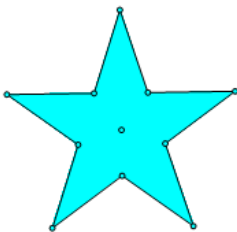
1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25 26 27 28 29 30 31 32 33 34 35 36 37 38 39 40 41 42 43 44 45 46 47 48 49 50

The Geometer's Sketchpad - [ชุดที่ 3 การสะท้อน (Reflection) - 10]

เพิ่ม แก้ไข แสดงผล สร้าง การแปลง การวัด กราฟ หน้าต่าง วิธีใช้

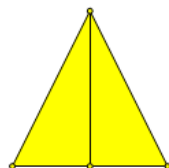
กิจกรรมที่ 3.2 นักเรียนพิจารณาว่ารูปใดต่อไปนี้ที่มีแกนสมมาตรบ้าง

รูป ก



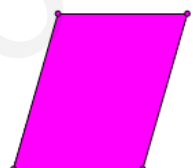
.....

รูป ข




.....

รูป ค



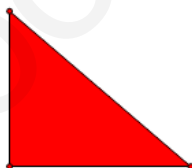
.....

รูป ง



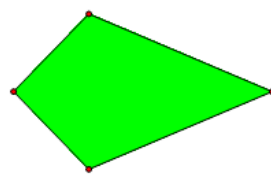
.....

รูป จ



.....

รูป ฉ



.....

ก่อนหน้า

หน้าถัดไป

กลับหน้าหลัก

แสดง

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25 26 27 28 29 30 31 32 33 34 35 36 37 38 39 40 41 42 43 44 45 46 47 48 49 50

The Geometer's Sketchpad - [ชุดที่ 3 การสะท้อน (Reflection) - 11]

เพิ่ม แก้ไข แสดงผล สร้าง การแปลง การวัด กราฟ หน้าตา วิธีใช้

ใบงานที่ 3.1 นักเรียนพิจารณาภาพต่อไปนี้ว่ารูปใดเป็นภาพที่เกิดจากการสะท้อนที่ถูกต้อง (6 คะแนน ข้อละ 1 คะแนน)

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ก่อนหน้า
หน้าถัดไป
กลับหน้าหลัก

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25 26 27 28 29 30 31 32 33 34 35 36 37 38 39 40 41 42 43 44 45 46 47 48 49 50

The Geometer's Sketchpad - [ชุดที่ 3 การสะท้อน (Reflection) - 12]

เพิ่ม แก้ไข แสดงผล สร้าง การแปลง การวัด กราฟ หน้าตา วิธีใช้

ใบงานที่ 3.2 นักเรียนใช้ส่วนของเส้นตรงจากภาพที่เกิดจากการสะท้อนของรูปต้นแบบในแต่ละข้อ ต่อไปนี้ (10 คะแนน ข้อละ 2 คะแนน)

ข้อที่	รูปต้นแบบ	รูป ก	รูป ข	รูป ค	รูป ง
1.					
2.					
3.					
4.					
5.					

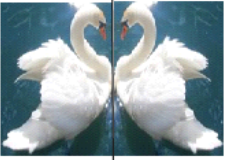
1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25 26 27 28 29 30 31 32 33 34 35 36 37 38 39 40 41 42 43 44 45 46 47 48 49 50

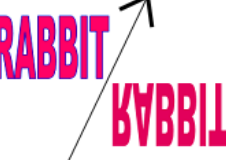
ก่อนหน้า
หน้าถัดไป
กลับหน้าหลัก


The Geometer's Sketchpad - [ชุดที่ 3 การสะท้อน (Reflection) - 13]

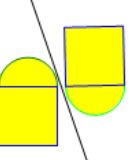
เพิ่ม แก้ไข แสดงผล สร้าง การแปลง การวัด กราฟ หน้าตา วิธีใช้

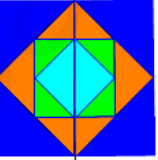
ใบงานที่ 3.3 นักเรียนขีดลูกหน้าข้อที่เป็นการสะท้อนของรูปต้นแบบที่ถูกต้องและกากบาทหน้าข้อที่สะท้อนรูปต้นแบบผิด (8 คะแนน ข้อละ 1 คะแนน)


..... 1. 

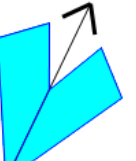
..... 2. 

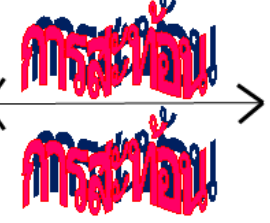
..... 3. 

..... 4. 

..... 5. 

..... 6. 

..... 7. 

..... 8. 

ก่อนหน้า
หน้าถัดไป
กลับหน้าหลัก

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25 26 27 28 29 30 31 32 33 34 35 36 37 38 39 40 41 42 43 44 45 46 47 48 49 50

The Geometer's Sketchpad - [ชุดที่ 3 การสะท้อน (Reflection) - 14]

เพิ่ม แก้ไข แสดงผล สร้าง การแปลง การวัด กราฟ หน้าตา วิธีใช้

ใบความรู้ที่ 3.5 การหาภาพสะท้อน

การหาภาพสะท้อนเราสามารถหาได้โดยใช้สมบัติของเส้นสะท้อนดังนี้

1. การหาภาพสะท้อนของจุด

ตัวอย่าง จงหา A' ซึ่งเป็นภาพสะท้อนของจุด A ในเส้นสะท้อน XY

ขั้นตอนการหาภาพสะท้อน

1. เลือก $XY \rightarrow$ ไปเมนูการแปลง \rightarrow เลือกกระดุมเส้นสะท้อน
2. เลือกจุด $A \rightarrow$ ไปที่เมนูการแปลง \rightarrow สะท้อน
3. จะได้จุด A'

2. การหาภาพสะท้อนของส่วนของเส้นตรง

ตัวอย่าง กำหนด \overline{AB} และเส้นสะท้อน จงหา $A'B'$ ซึ่งเป็นเส้นสะท้อนของ \overline{AB}

ขั้นตอนการหาภาพสะท้อน

1. เลือก $XY \rightarrow$ ไปเมนูการแปลง \rightarrow เลือกกระดุมเส้นสะท้อน
2. เลือก $\overline{AB} \rightarrow$ ไปที่เมนูการแปลง \rightarrow สะท้อน
3. จะได้จุด $A'B'$

3. การหาภาพสะท้อนของรูปหลายเหลี่ยม

ตัวอย่าง กำหนดให้รูปสี่เหลี่ยม $ABCD$ และเส้นสะท้อน XY จงหาภาพสะท้อนของรูปสี่เหลี่ยม $ABCD$

ขั้นตอนการหาภาพสะท้อน

1. เลือก $XY \rightarrow$ ไปเมนูการแปลง \rightarrow เลือกกระดุมเส้นสะท้อน
2. เลือกรูปสี่เหลี่ยม $ABCD \rightarrow$ ไปที่เมนูการแปลง \rightarrow สะท้อน
3. จะได้รูปสี่เหลี่ยม $A'B'C'D'$

ก่อนหน้า

หน้าถัดไป

กลับหน้าหลัก

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25 26 27 28 29 30 31 32 33 34 35 36 37 38 39 40 41 42 43 44 45 46 47 48 49 50

The Geometer's Sketchpad - [ชุดที่ 3 การสะท้อน (Reflection) - 15]

เพิ่ม แก้ไข แสดงผล สร้าง การแปลง การวัด กราฟ หน้าตา วิธีใช้

ใบความรู้ที่ 3.6 การหาเส้นสะท้อน

เมื่อกำหนดรูปต้นแบบและภาพสะท้อนให้ เราสามารถหาเส้นสะท้อนได้โดยใช้สมบัติของเส้นสะท้อน คือ เส้นสะท้อนจะแบ่งครึ่งและตั้งฉากกับส่วนของเส้นตรงที่เชื่อมจุดที่สมนัยกันระหว่างรูปต้นแบบกับภาพสะท้อน

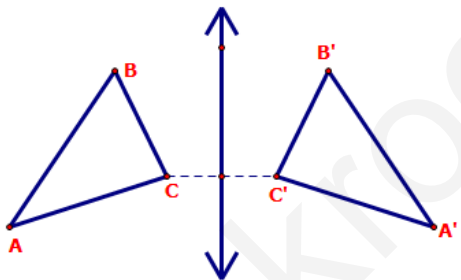
ดังนั้นวิธีการหาเส้นสะท้อนคือ

1. สร้างส่วนของเส้นตรงเชื่อมจุดที่สมนัยกัน 1 คู่
2. สร้างจุดกึ่งกลางส่วนของเส้นตรง แล้วสร้างเส้นตั้งฉากตรงจุดกึ่งกลางนั้น เส้นตั้งฉากที่ได้นั้นคือเส้นสะท้อน

ตัวอย่างการหาเส้นสะท้อน

กำหนดให้ $\triangle A'B'C'$ เป็นภาพสะท้อนของ $\triangle ABC$

จงหาเส้นสะท้อน



ขั้นตอนการหาเส้นสะท้อน

1. เลือกจุด C และ C'
2. ไปที่เมนูสร้าง \rightarrow ส่วนของเส้นตรง จะได้ $\overline{CC'}$
3. คลิก $\overline{CC'}$ ไปที่เมนูสร้าง \rightarrow จุดกึ่งกลาง
4. คลิกจุดกึ่งกลาง ไปที่เมนูสร้าง \rightarrow เส้นตั้งฉาก
5. จะได้เส้นสะท้อน

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25 26 27 28 29 30 31 32 33 34 35 36 37 38 39 40 41 42 43 44 45 46 47 48 49 50

The Geometer's Sketchpad - [ชุดที่ 3 การสะท้อน (Reflection) - 16]

เพิ่ม แก้ไข แสดงผล สร้าง การแปลง การวัด กราฟ หน้าต่าง วิธีใช้

ภาพตัวอย่างการสะท้อน

สะท้อน
เริ่มใหม่

นักเรียนลองใช้เมาส์คลิกเปลี่ยนแปลงรูปต้นแบบ
จะเห็นว่าภาพที่ได้จากการสะท้อนจะเปลี่ยนแปลงตาม

ขั้นตอนการสะท้อนภาพ

1. สร้างรูปต้นแบบตามต้องการ
2. สร้างเส้นสะท้อนจากแถบเครื่องมือสร้างเส้นตรง
3. เลือกเส้นตรง → ไปเมนูการแปลง → ระบุเวกเตอร์ (จะเกิดระเบิด 2 จุด)
4. เลือกรูปต้นแบบ → ไปเมนูการแปลง → สะท้อน
5. จะได้ภาพสะท้อน

ก่อนหน้า
หน้าถัดไป
กลับหน้าหลัก

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25 26 27 28 29 30 31 32 33 34 35 36 37 38 39 40 41 42 43 44 45 46 47 48 49 50

The Geometer's Sketchpad - [ชุดที่ 3 การสะท้อน (Reflection) - 17]

เพิ่ม แก้ไข แสดงผล สร้าง การแปลง การวัด กราฟ หน้าตา วิธีใช้

กิจกรรมที่ 3.3 นักเรียนสร้างรูปและทำตามขั้นตอนต่อไปนี้

ขั้นตอนการหาภาพสะท้อน

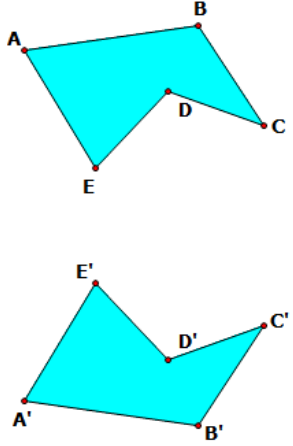
1. สร้างรูปห้าเหลี่ยม ABCDE ดังรูป
2. สร้างเส้นตรงขึ้นมา 1 รูป หรือเลือกจากเครื่องมือที่นักเรียนเคยสร้างไว้
3. เลือกเส้นตรง → ไปเมนูการแปลง → ระบุเวกเตอร์ (จะเกิดระเบิด 2 จุด)
4. เลือกรูปห้าเหลี่ยม ABCDE → ไปเมนูการแปลง → สะท้อน
5. จะได้ภาพสะท้อนห้าเหลี่ยม A'B'C'D'E'

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25 26 27 28 29 30 31 32 33 34 35 36 37 38 39 40 41 42 43 44 45 46 47 48 49 50

The Geometer's Sketchpad - [ชุดที่ 3 การสะท้อน (Reflection) - 18]

เพิ่ม แก้ไข แสดงผล สร้าง การแปลง การวัด กราฟ หน้าต่าง วิธีใช้

กิจกรรมที่ 3.4 นักเรียนสร้างรูปและทำตามขั้นตอนต่อไปนี้



ขั้นตอนการหาเส้นสะท้อน

1. ลากส่วนของเส้นตรงเชื่อมจุดที่สมนัยกันดังนี้ AA' , BB' , CC' , DD' และ EE' ตามลำดับ
2. หาจุดกึ่งกลางของเส้นตรงที่เชื่อมจุดที่สมนัยกัน โดยเลือกส่วนของเส้นตรง
→ ไปเมนูสร้าง → จุดกึ่งกลาง
3. เลือกจุดกึ่งกลาง 2 จุด แล้วสร้างส่วนของเส้นตรง
4. สร้างเส้นสะท้อนจากส่วนของเส้นตรง
5. จะได้เส้นสะท้อน ดังรูป

นักเรียนลองใช้เมาส์เลื่อนจุดต่างๆ ดู

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25 26 27 28 29 30 31 32 33 34 35 36 37 38 39 40 41 42 43 44 45 46 47 48 49 50

The Geometer's Sketchpad - [ชุดที่ 3 การสะท้อน (Reflection) - 19]

เพิ่ม แก้ไข แสดงผล สร้าง การแปลง การวัด กราฟ หน้าตา วิธีใช้

ใบงานที่ 3.4 จากรูปต้นแบบและภาพสะท้อนที่กำหนดให้ จงหาเส้นสะท้อนโดยไม่ต้องอธิบายวิธีสร้าง (6 คะแนน ข้อละ 1 คะแนน)

-
-
-
-
-
-

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25 26 27 28 29 30 31 32 33 34 35 36 37 38 39 40 41 42 43 44 45 46 47 48 49 50

The Geometer's Sketchpad - [ชุดที่ 3 การสะท้อน (Reflection) - 20]

เพิ่ม แก้ไข แสดงผล สร้าง การแปลง การวัด กราฟ หน้าตา วิธีใช้

ใบงานที่ 3.5 จากรูปด้านแบบและเส้นสะท้อนที่กำหนดให้ จงหาภาพสะท้อนโดยไม่ต้องอธิบายวิธีสร้าง (6 คะแนน ข้อละ 1 คะแนน)

-
-
-
-
-
-

ก่อนหน้า
หน้าถัดไป
กลับหน้าหลัก

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25 26 27 28 29 30 31 32 33 34 35 36 37 38 39 40 41 42 43 44 45 46 47 48 49 50

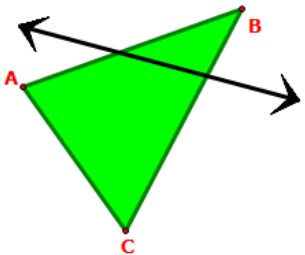
The Geometer's Sketchpad - [ชุดที่ 3 การสะท้อน (Reflection) - 21]

เพิ่ม แก้ไข แสดงผล สร้าง การแปลง การวัด กราฟ หน้าตา วิธีใช้

ไวยากรณ์ 3.6 จากรูปต้นแบบและเส้นสะท้อนที่กำหนดให้ จงหาภาพสะท้อนพร้อมทั้งอธิบายวิธีสร้าง (10 คะแนน ข้อละ 5 คะแนน)

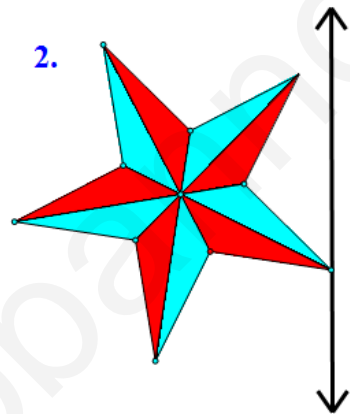
เกณฑ์คะแนน
 ความถูกต้องของภาพ 2 คะแนน
 ความถูกต้องของขั้นตอนการสร้าง 3 คะแนน

1.



ขั้นตอนการสร้าง

2.

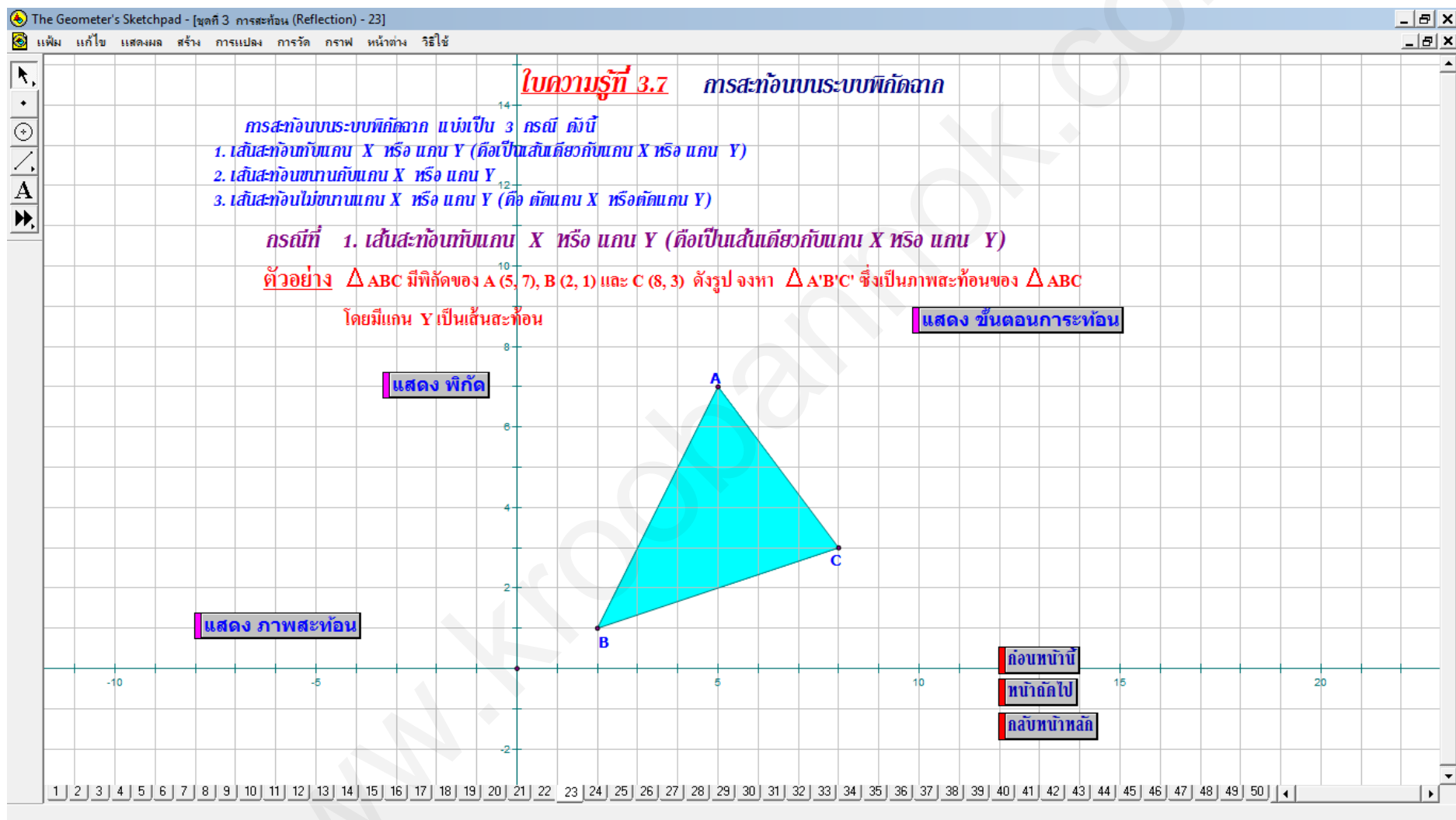


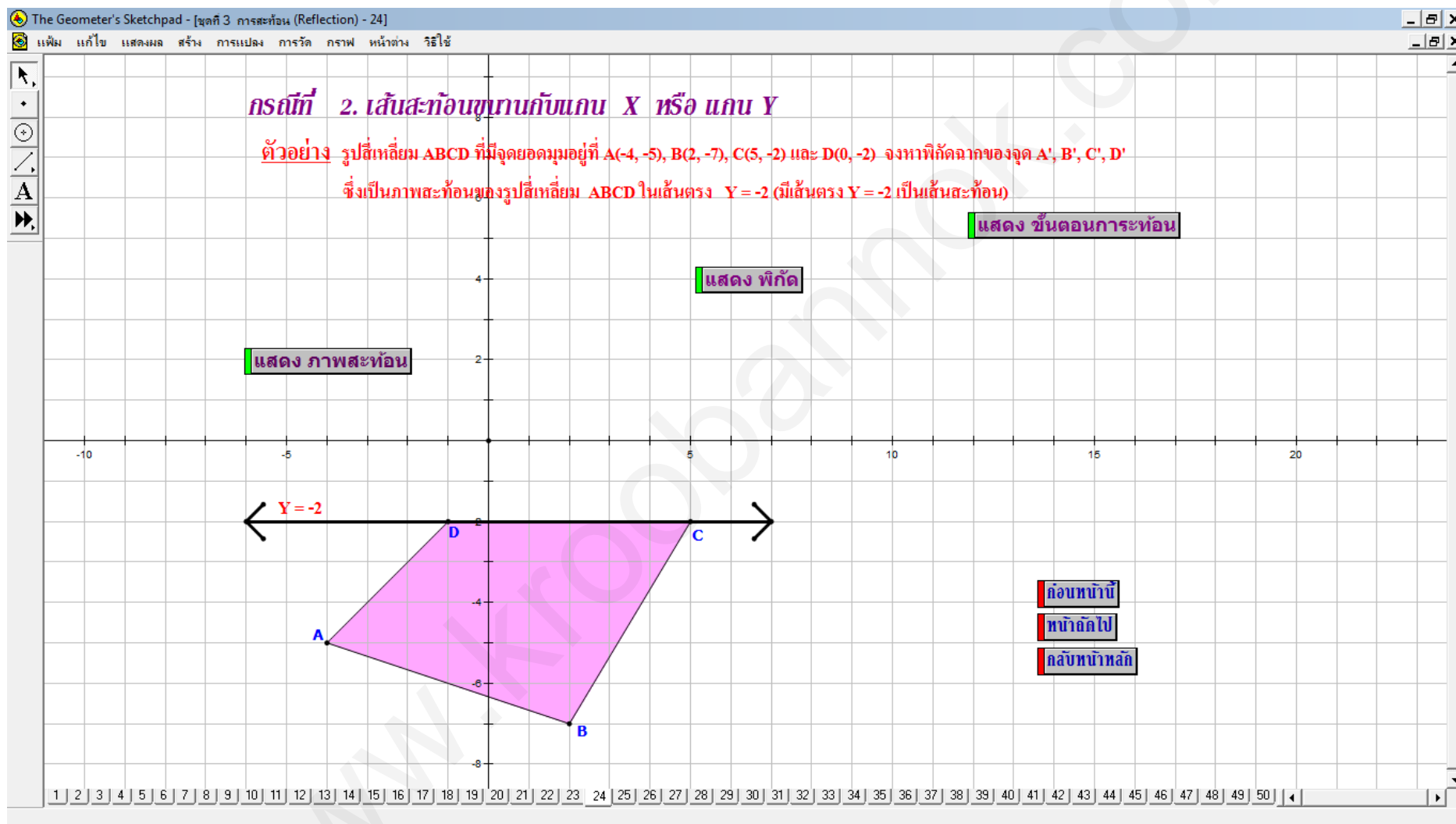
ขั้นตอนการสร้าง

ก่อนหน้า
 หน้าถัดไป
 กลับหน้าหลัก

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25 26 27 28 29 30 31 32 33 34 35 36 37 38 39 40 41 42 43 44 45 46 47 48 49 50







The Geometer's Sketchpad - [ชุดที่ 3 การสะท้อน (Reflection) - 25]

เพิ่ม แก้ไข แสดงผล สร้าง การแปลง การวัด กราฟ หน้าต่าง วิธีใช้

กรณีที่ 3. เส้นสะท้อนไม่ขนานแกน X หรือ แกน Y (คือ ตัดแกน X หรือตัดแกน Y)

ตัวอย่าง จงบอกพิกัดจุดยอดของรูป $\triangle A'B'C'$ ซึ่งเป็นภาพสะท้อนของรูป $\triangle ABC$ ที่มีจุดยอดมุมอยู่ที่ $A(3, -1)$, $B(-2, -4)$, และ $C(4, -6)$ ซึ่งโดยเส้นสะท้อนผ่านจุด $M(-4, -4)$ และ $N(3, 3)$

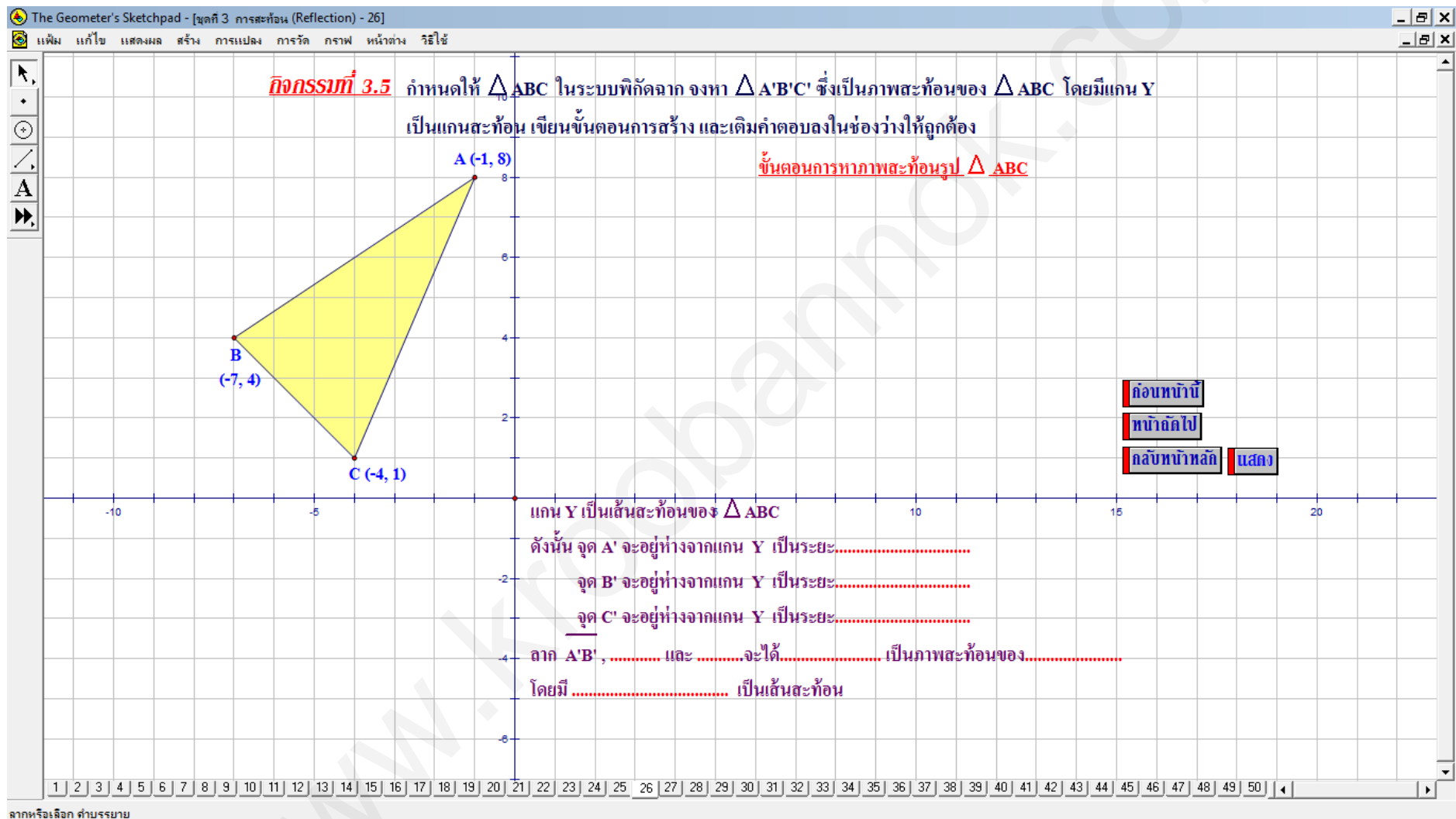
แสดง ภาพสะท้อน **แสดง เส้นสะท้อน**

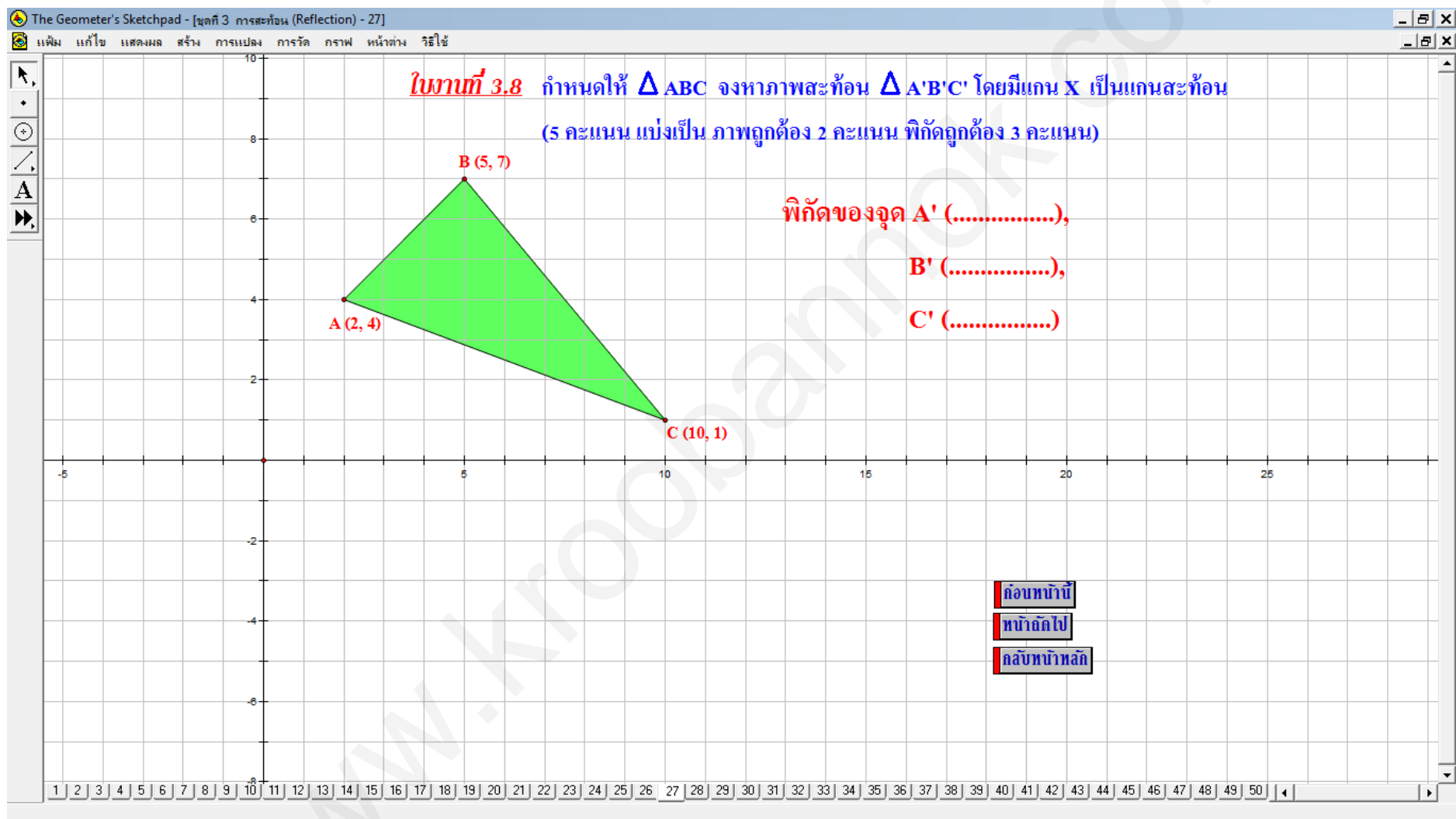
แสดง พิกัด

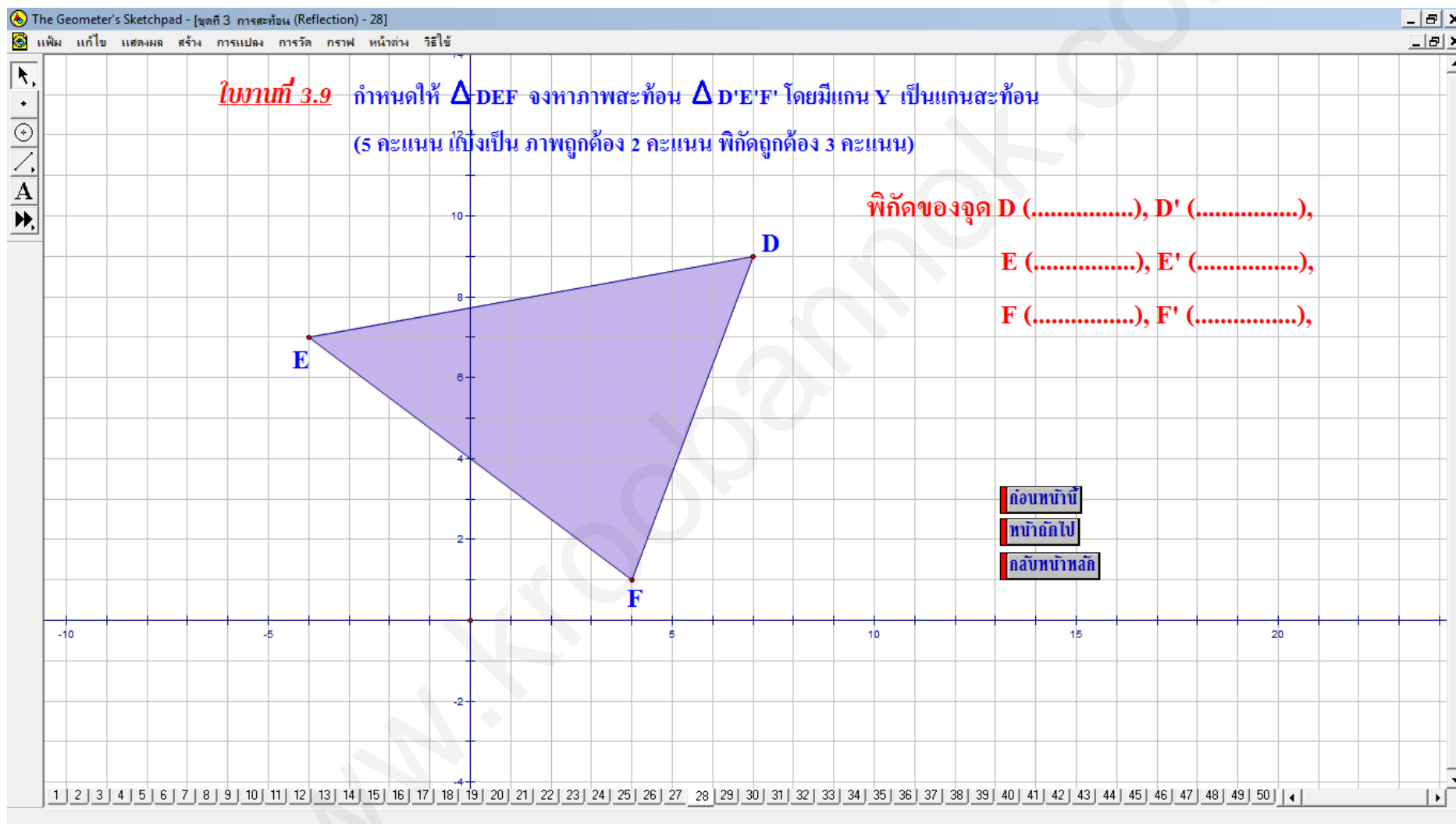
ขั้นตอนการหาภาพสะท้อนรูป $\triangle ABC$

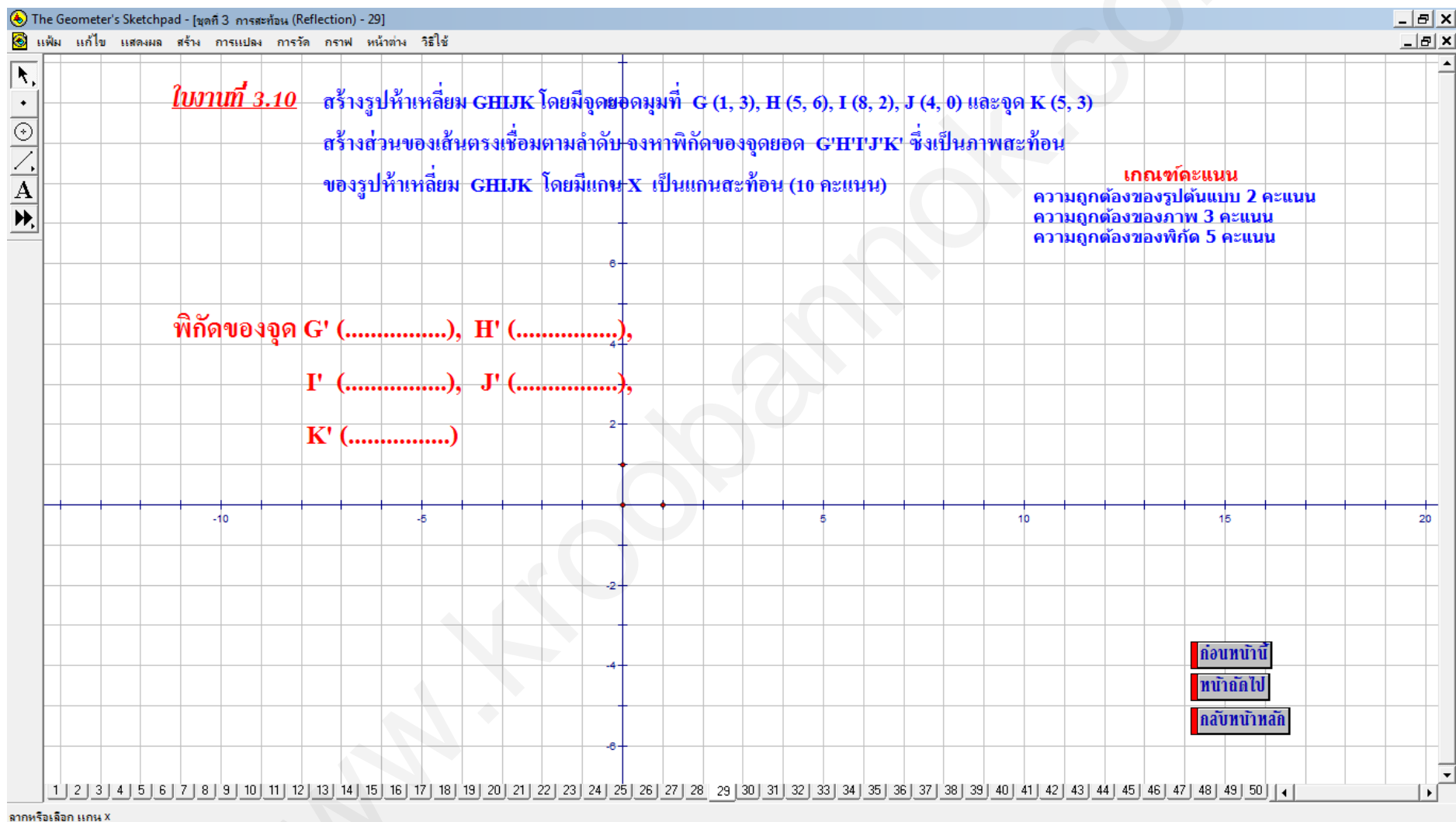
1. ไปที่เมนูกราฟ → ลงจุด → ลงจุดแบบพิกัดจาก
 $(x, y) \rightarrow$ ใส่ค่าพิกัด $A(3, -1) \rightarrow$ วาด →
 ใส่ค่าพิกัด B และ C ตามลำดับ → จบงาน
2. สร้างเส้นสะท้อน MN ไปที่เมนูกราฟ → ลงจุด →
 ลงจุดแบบพิกัดจาก $(x, y) \rightarrow$ ใส่ค่าพิกัด $M(-4, -4) \rightarrow$
 วาด → ใส่ค่าพิกัด $N(3, 3) \rightarrow$ วาด → จบงาน
3. สร้างส่วนของเส้นตรงเชื่อมจุด ABC เลือกจุด ABC
 ไปเมนูการสร้าง → สร้างบริเวณภายในรูปสามเหลี่ยม
4. สร้างส่วนของเส้นตรงเชื่อมจุด MN
5. เลือกรูป $\triangle ABC$ และส่วนของเส้นตรง MN ไปเมนูการแปลง →
 ระบุเส้นสะท้อน → สะท้อน จะได้รูป $\triangle A'B'C'$
6. วัดพิกัด A', B', C' โดยเลือกจุด A', B', C' ไปเมนูการวัด → พิกัด
 จะได้พิกัดจุด $A'B'C'$

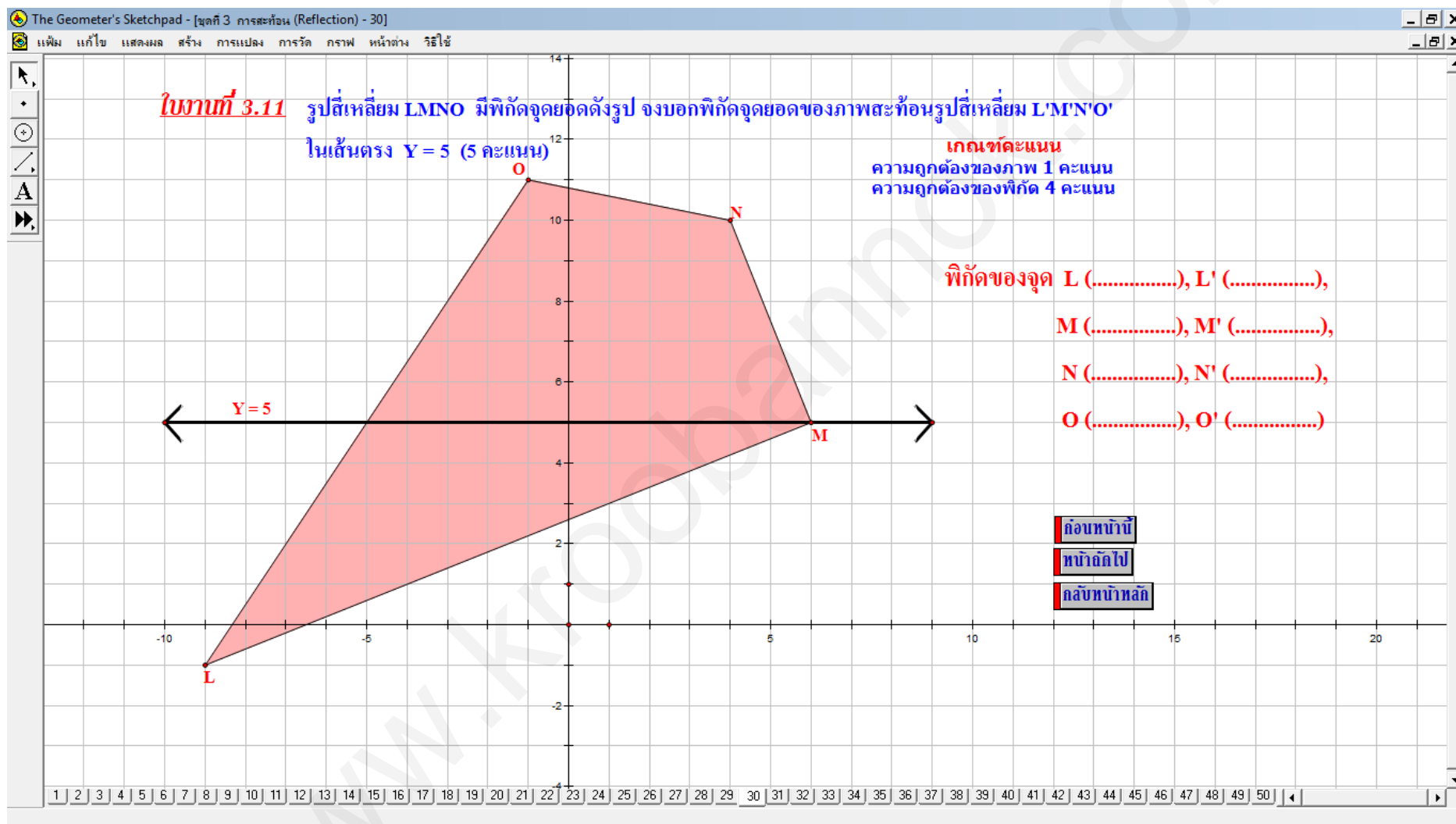
ก่อนหน้า
หน้าถัดไป
กลับหน้าหลัก

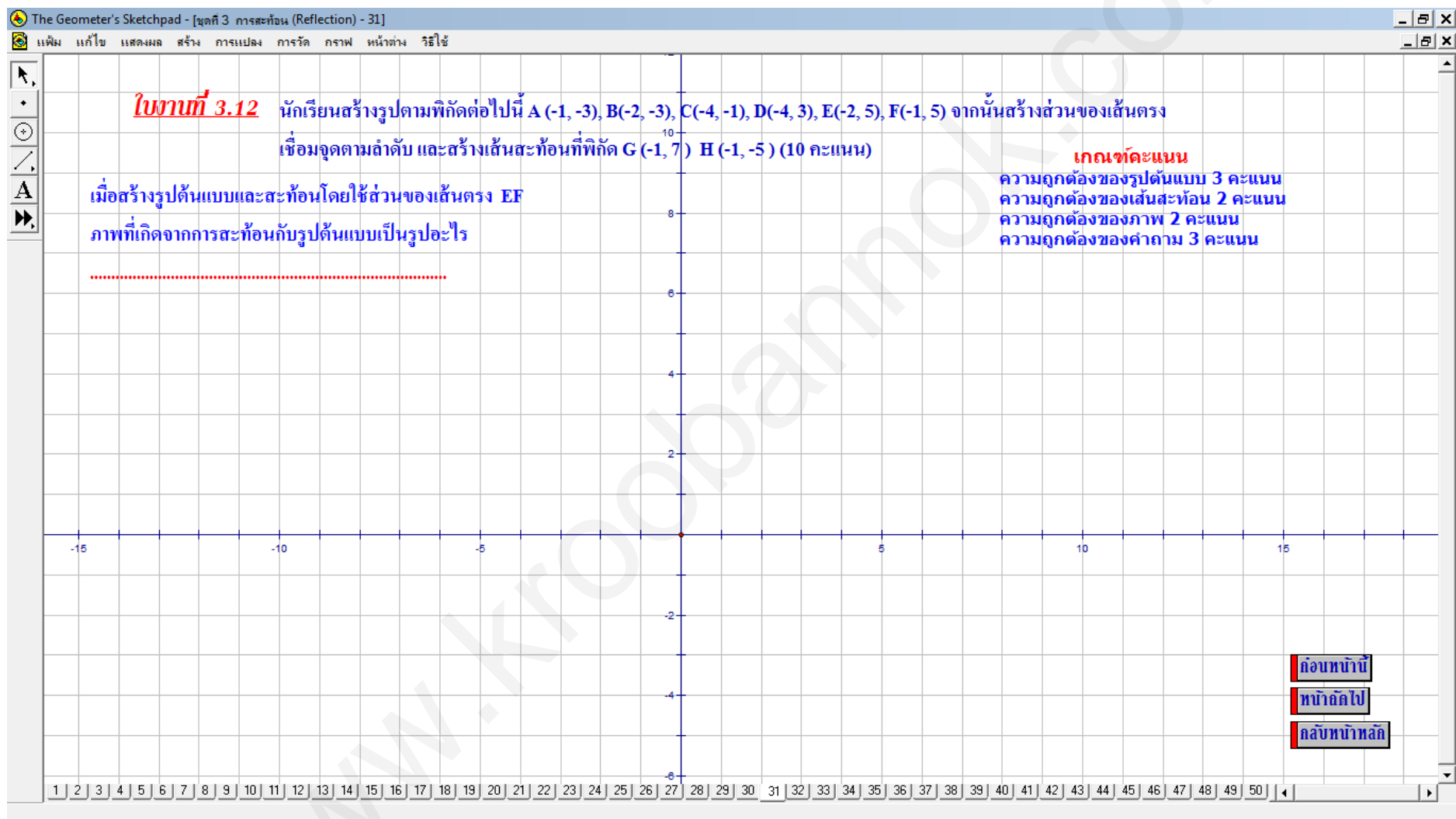












The Geometer's Sketchpad - [ชุดที่ 3 การสะท้อน (Reflection) - 32]

เพิ่ม แก้ไข แสดงผล สร้าง การแปลง การวัด กราฟ หน้าต่าง วิธีใช้

ใบงานที่ 3.13 รูปอะไรเอ่ย(ตอบคำถาม)

สร้างพิกัดต่อไปนี้ A (-9, -2), B(-3, 3), C(2, -2), D(8, 3), E(6, -2) จากนั้นสร้างส่วนของเส้นตรงเชื่อมจุดตามลำดับ จงหาภาพสะท้อนของรูปต้นแบบในเส้นสะท้อนซึ่งผ่านจุด G (-12, -2), H (9, -2) จากนั้นตกแต่งให้สวยงาม (10 คะแนน)

เกณฑ์คะแนน

- ความถูกต้องของรูปต้นแบบ 2 คะแนน
- ความถูกต้องของเส้นสะท้อน 2 คะแนน
- ความถูกต้องของภาพ 2 คะแนน
- ความถูกต้องของคำถาม 2 คะแนน
- ความสวยงาม 2 คะแนน

ก่อนหน้า
หน้าถัดไป
กลับไปหลัก

The Geometer's Sketchpad - [ชุดที่ 3 การสะท้อน (Reflection) - 33]

เพิ่ม แก้ไข แสดงผล สร้าง การแปลง การวัด กราฟ หน้าตา วิธีใช้

ใบงานที่ 3.14 นักเรียนสร้างรูปตามจินตนาการของตนเอง โดยใช้พิกัดของรูปต้นแบบไม่ต่ำกว่า 10 จุด จากนั้นกำหนดเส้นสะท้อนผ่านจุด 2 จุด แล้วใช้หลักการสะท้อนรูปร่างสิ่งที่นักเรียนสร้างขึ้นมา พ้องทั้งตกแต่งให้สวยงาม

พิกัด.....

เกณฑ์คะแนน
 ความคิดสร้างสรรค์ 3 คะแนน
 ความสวยงาม 3 คะแนน
 ความถูกต้องของพิกัด 4 คะแนน

ก่อนหน้า
 หน้าที่ต่อไป
 กลับหน้าหลัก

The Geometer's Sketchpad - [ชุดที่ 3 การสะท้อน (Reflection) - 34]

เพิ่ม แก้ไข แสดงผล สร้าง การแปลง การวัด กราฟ หน้าตา วิธีใช้

แบบทดสอบหลังเรียนชุดที่ 3

คำชี้แจง ให้นักเรียนใช้ หน้าคำตอบที่ถูกที่สุดเพียงคำตอบเดียว

1. การสะท้อนคืออะไร

ก. การเคลื่อนที่ไปเป็นมุมเดียวกันรอบจุดคงที่ที่อยู่กับที่

ข. การเคลื่อนที่ที่ทิศทางเดียวกันเป็นระยะทางเท่ากัน

ค. การเคลื่อนที่ข้ามเส้นตรงเส้นหนึ่งจนเปรียบเสมือนกระจกเงา

ง. การเคลื่อนที่อย่างมีอิสระมีการเปลี่ยนแปลงทางรูปร่าง

2. ถ้าพิกัดของจุด B คือ B (3, 1) พิกัดของจุด B' ที่เกิดจากการสะท้อนที่แกน Y แล้วสะท้อนต่อที่แกน X คือข้อใด

ก. (1, 3) ข. (3, 1)

ค. (3, -1) ง. (-3, -1)

3. ข้อใดเกี่ยวข้องกับการสะท้อน

ก. ภาพเงาต้นไม้ในน้ำ

ข. ภาพกังหันลมในทุ่งหญ้า

ค. ภาพรถยนต์แล่นบนถนน

ง. ภาพคนยืนอยู่บนท้องฟ้า

จากรูปต่อไปนี้ตอบคำถามข้อ 4 - 6

4. ให้แกน Y เป็นเส้นสะท้อน รูป □DEFG พิกัดของภาพสะท้อนที่ได้คือข้อใด

ก. D' (-1, -2), E' (-2, 1), F' (-4, 1), G' (-5, -2)

ข. D' (-2, 1), E' (-4, 1), F' (-5, -2), G' (-1, -2)

ค. D' (4, -1), E' (2, -1), F' (5, 2), G' (1, 2)

ง. D' (1, 2), E' (5, 2), F' (4, -1), G' (2, -1)

5. พิกัดของรูป $\triangle ABC$ ซึ่งเป็นภาพที่ได้จากการสะท้อน $\triangle ABC$ โดยสะท้อนผ่านเส้นตรง L คือข้อใด

ก. A' (-4, 4), B' (-3, 2), C' (-1, 3)

ข. A' (-3, 2), B' (-4, 4), C' (-1, 3)

ค. A' (-3, 2), B' (-1, 3), C' (-3, 2)

ง. A' (-1, 3), B' (-3, 2), C' (-4, 4)

6. พิกัดรูปดาว H'V'J'K'W' ข้อใดเป็นการสะท้อนรูปดาว H'V'J'K'W' โดยใช้แกน Y เป็นเส้นสะท้อน

ก. H' (2, -4), V' (5, -2), J' (1, -2), K' (4, -4), W' (3, -1)

ข. H' (3, -1), V' (4, -4), J' (1, -2), K' (5, -2), W' (2, -4)

ค. H' (-4, 4), V' (-2, 4), J' (-1, 2), K' (-3, 1), W' (-5, 2)

ง. H' (3, 1), V' (4, 4), J' (1, 2), K' (-5, 2), W' (-2, 4)

7. ให้รูป A และรูป B เท่ากันทุกประการ จงพิจารณาว่ารูป B ในข้อใด เป็นภาพที่เกิดจากการสะท้อนรูป A ได้ถูกต้อง

ก.

ข.

ค.

ง.

8. จาก □ABCD ที่มีจุดยอดอยู่ที่ A(-1, -3), B(1, -3), C(2, -1), D(0, -1) เส้นสะท้อนคือเส้นตรง Y = 0 พิกัดของจุดยอดที่ได้จากการสะท้อนคือข้อใด

ก. A' (-1, -3), B' (-3, 3), C' (-4, -1), D' (-2, -1)

ข. A' (5, -3), B' (3, -3), C' (2, -1), D' (4, -1)

ค. A' (-1, 3), B' (1, 3), C' (2, 1), D' (0, 1)

ง. A' (-1, -3), B' (1, -3), C' (2, -5), D' (1, -5)

9. จุด A(2, 1) มีแกน Y เป็นแกนสะท้อน พิกัดของจุด A' คือข้อใด

ก. A' (-2, -1) ข. A' (2, 1)

ค. A' (-2, 1) ง. A' (1, 2)

10. ข้อใดไม่ใช่เส้นสะท้อน

ก. เส้นตรง P ข. เส้นตรง O

ค. เส้นตรง N ง. เส้นตรง M

ก่อนหน้า

หน้าถัดไป

กลับหน้าหลัก

ลากหรือเลือก รูปภาพ

เฉลย

ชุดที่ 3 การสะท้อน (Reflicetion)



The Geometer's Sketchpad - [ชุดที่ 3 การสะท้อน (Reflection) - 35]

เพิ่ม แก้ไข แสดงผล สร้าง การแปลง การวัด กราฟ หน้าต่าง วิธีใช้

เฉลยแบบทดสอบก่อนเรียนชุดที่ 3

คำชี้แจง ให้นักเรียนใช้ ☒ หน้าคำตอบที่ถูกที่สุดเพียงคำตอบเดียว

1. จุด A(2, 1) มีแกน Y เป็นแกนสะท้อนที่ก่อกำเนิดของจุด A' คือข้อใด

ก. A'(-2, -1) ☒ ข. A'(-2, 1)

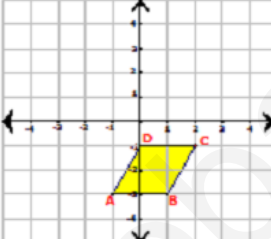
ค. A'(2, 1) ง. A'(1, 2)

3. ถ้าพิกัดของจุด B คือ B(3, 1) พิกัดของจุด B' ที่เกิดจากการสะท้อนที่แกน Y แล้วสะท้อนต่อที่แกน X คือข้อใด

ก. (1, 3) ข. (3, 1)

☒ ค. (-3, -1) ง. (3, -1)

6. จาก $\square ABCD$ ที่มีจุดยอดอยู่ที่ A(-1, -3), B(1, -3), C(2, -1), D(0, -1) เส้นสะท้อนคือเส้นตรง Y = 0 พิกัดของจุดยอดที่ได้จากการสะท้อนคือข้อใด



ก. A'(-1, -3), B'(-3, 3), C'(-4, -1), D'(-2, -1)

ข. A'(5, -3), B'(3, -3), C'(2, -1), D'(4, -1)

☒ ค. A'(-1, -3), B'(1, -3), C'(2, -5), D'(0, -5)

ง. A'(-1, 3), B'(1, 3), C'(2, 1), D'(0, 1)

8. พิกัดของรูป $\triangle A'B'C'$ ซึ่งเป็นภาพที่ได้จากการสะท้อน $\triangle ABC$ โดยสะท้อนตามเส้นตรง L คือข้อใด

ก. A'(-3, 2), B'(-4, 4), C'(-1, 3)

☒ ข. A'(-4, 4), B'(-3, 2), C'(-1, 3)

ค. A'(-1, 3), B'(-3, 2), C'(-4, 4)

ง. A'(-3, 2), B'(-1, 3), C'(-3, 2)

10. การสะท้อนคืออะไร


ก. การเคลื่อนที่ทิศทางเดียวกันเป็นระยะทางเท่ากัน

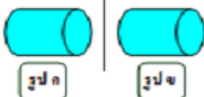
ข. การเคลื่อนที่ไปเป็นรูปเดียวกันรอบจุดคงที่ที่อยู่ภายใน


ค. การเคลื่อนที่อย่างมีอิสระมีการเปลี่ยนแปลงทางรูปร่าง


☒ ง. การเคลื่อนที่ข้ามเส้นตรงเส้นหนึ่งปริมาตรเหมือนกัน

2. ให้รูป A และรูป B เท่ากันทุกประการ จงพิจารณาว่ารูป B ในข้อใด เป็นภาพที่เกิดจากการสะท้อนรูป A ได้ถูกต้อง

ก.  รูป ก รูป ข

ข.  รูป ก รูป ข

ค.  รูป ก รูป ข

☒ ง.  รูป ก รูป ข

4. ข้อใดเกี่ยวข้องกับการสะท้อน

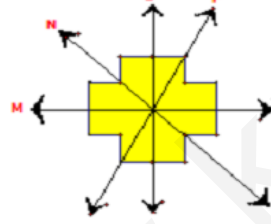
ก. ภาพเงาต้นไม้ในน้ำ

ข. ภาพกังหันลมในทุ่งหญ้า

ค. ภาพรถยนต์แล่นบนถนน

ง. ภาพนกบินอยู่บนท้องฟ้า

5. ข้อใดไม่ใช่เส้นสะท้อน



ก. เส้นตรง M ข. เส้นตรง N

ค. เส้นตรง O ☒ ง. เส้นตรง P

7. ใช้แกน Y เป็นเส้นสะท้อน รูป $\square DEFG$ พิกัดของภาพสะท้อนที่ได้คือข้อใด

ก. D'(-1, -2), E'(-2, 1), F'(-4, 1), G'(-5, -2)

ข. D'(-2, 1), E'(-4, 1), F'(-5, -2), G'(-1, -2)

☒ ค. D'(1, 2), E'(5, 2), F'(4, -1), G'(2, -1)

ง. D'(4, -1), E'(2, -1), F'(5, 2), G'(1, 2)

9. พิกัดรูปดาว H'V'J'K'W' ข้อใดเป็นการสะท้อนรูปดาว HVJKW โดยใช้แกน Y เป็นเส้นสะท้อน

☒ ก. H'(3, -1), V'(4, -4), J'(1, -2), K'(5, -2), W'(2, -4)

ข. H'(2, -4), V'(5, -2), J'(1, -2), K'(4, -4), W'(3, -1)

ค. H'(-3, 1), V'(-4, 4), J'(-1, 2), K'(-5, 2), W'(-2, 4)

ง. H'(-4, 4), V'(-2, 4), J'(-1, 2), K'(-3, 1), W'(-5, 2)

ก่อนหน้า

หน้าถัดไป

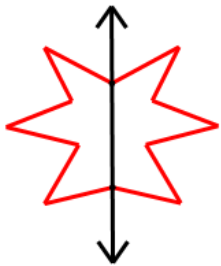
กลับหน้าหลัก

ลากหรือเลือก รูปภาพ


The Geometer's Sketchpad - [ชุดที่ 3 การสะท้อน (Reflection) - 36]

เพิ่ม แก้ไข แสดงผล สร้าง การแปลง การวัด กราฟ หน้าต่าง วิธีใช้


เฉลยใบงานที่ 3.1 นักเรียนพิจารณารูปต่อไปนี้ว่ารูปใดเป็นภาพที่เกิดจากการสะท้อนที่ถูกต้อง (6 คะแนน ข้อละ 1 คะแนน)



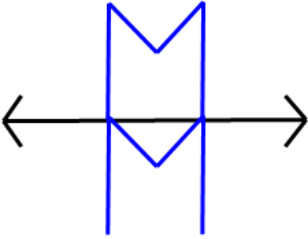
ถูกต้อง




ถูกต้อง



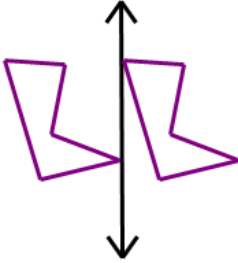
ไม่ถูกต้อง



ไม่ถูกต้อง



ถูกต้อง



ไม่ถูกต้อง

ก่อนหน้า

หน้าถัดไป

กลับหน้าหลัก

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25 26 27 28 29 30 31 32 33 34 35 36 37 38 39 40 41 42 43 44 45 46 47 48 49 50

The Geometer's Sketchpad - [ชุดที่ 3 การสะท้อน (Reflection) - 37]

เพิ่ม แก้ไข แสดงผล สร้าง การแปลง การวัด กราฟ หน้าตา วิธีใช้

เฉลยใบงานที่ 3.2 นักเรียนใช้ส่วนของเส้นตรงลากภาพที่เกิดจากการสะท้อนของรูปต้นแบบในแต่ละข้อ ต่อไปนี้ (10 คะแนน ข้อละ 2 คะแนน)

ข้อที่	รูปต้นแบบ	รูป ก	รูป ข	รูป ค	รูป ง
1.					
2.					
3.					
4.					
5.					


ก่อนหน้านี้
 หน้าถัดไป
 กลับหน้าหลัก

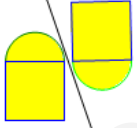
1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25 26 27 28 29 30 31 32 33 34 35 36 37 38 39 40 41 42 43 44 45 46 47 48 49 50

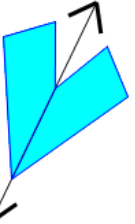
The Geometer's Sketchpad - [ชุดที่ 3 การสะท้อน (Reflection) - 38]


เพิ่ม แก้ไข แสดงผล สร้าง การแปลง การวัด กราฟ หน้าตา วิธีใช้

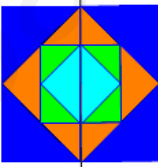
เฉลยใบงานที่ 3.3 นักเรียนขีดถูกหน้าข้อที่เป็นการสะท้อนของรูปต้นแบบที่ถูกต้องและกากบาทหน้าข้อที่สะท้อนรูปต้นแบบผิด (8 คะแนน ข้อละ 1 คะแนน)

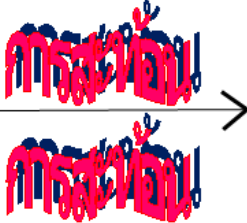
✓..... 1. 

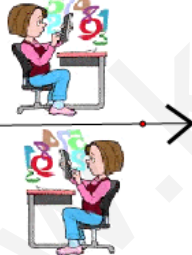
✗..... 4. 


✓..... 7. 

✗..... 2. RABBIT 

✓..... 5. 

✗..... 8. 

✗..... 3. 

✗..... 6. 

ก่อนหน้า
หน้าถัดไป
กลับหน้าหลัก

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25 26 27 28 29 30 31 32 33 34 35 36 37 38 39 40 41 42 43 44 45 46 47 48 49 50

The Geometer's Sketchpad - [ชุดที่ 3 การสะท้อน (Reflection) - 39]

เพิ่ม แก้ไข แสดงผล สร้าง การแปลง การวัด กราฟ หน้าตา วิธีใช้

เฉลยใบงานที่ 3.4 จากรูปต้นแบบและภาพสะท้อนที่กำหนดให้ จงหาเส้นสะท้อนโดยไม่ต้องอธิบายวิธีสร้าง (6 คะแนน ข้อละ 1 คะแนน)

1.

2.

3.

4.

5.

6.

ก๊อบหน้านี้
หน้าถัดไป
กลับหน้าหลัก

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25 26 27 28 29 30 31 32 33 34 35 36 37 38 39 40 41 42 43 44 45 46 47 48 49 50

The Geometer's Sketchpad - [ชุดที่ 3 การสะท้อน (Reflection) - 40]

เพิ่ม แก้ไข แสดงผล สร้าง การแปลง การวัด กราฟ หน้าตา วิธีใช้

เฉลยใบงานที่ 3.5 จากรูปต้นแบบและเส้นสะท้อนที่กำหนดให้ จงหาภาพสะท้อนโดยไม่ต้องอธิบายวิธีสร้าง (6 คะแนน ข้อละ 1 คะแนน)

-
-
-
-
-
-

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25 26 27 28 29 30 31 32 33 34 35 36 37 38 39 40 41 42 43 44 45 46 47 48 49 50

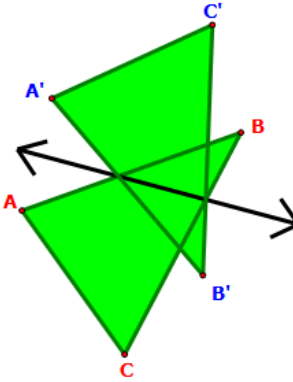
The Geometer's Sketchpad - [ชุดที่ 3 การสะท้อน (Reflection) - 41]

เพิ่ม แก้ไข แสดงผล สร้าง การแปลง การวัด กราฟ หน้าตา วิธีใช้

เฉลยใบงานที่ 3.6 จากรูปต้นแบบและเส้นสะท้อนที่กำหนดให้ จงหาภาพสะท้อนพร้อมทั้งอธิบายวิธีสร้าง (10 คะแนน ข้อละ 5 คะแนน)

เกณฑ์คะแนน
 ความถูกต้องของภาพ 2 คะแนน
 ความถูกต้องของขั้นตอนการสร้าง 3 คะแนน

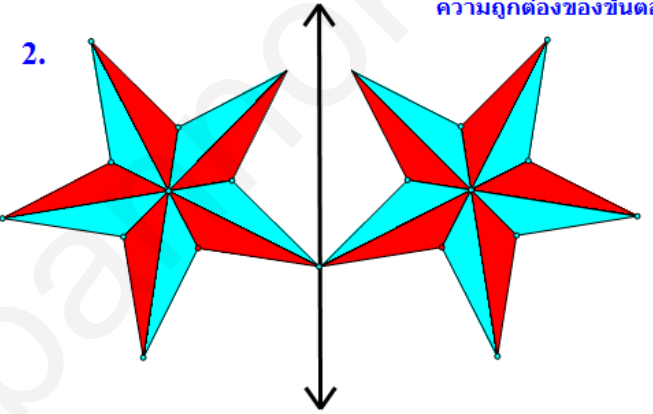
1.



ขั้นตอนการสร้าง

- เลือกเส้นตรง → ไปเมนูการแปลง → ระบุเวกเตอร์ (จะเกิดระบิต 2 จุด)
- เลือกรูปสามเหลี่ยม ABC ทั้งบริเวณภายใน จุด และด้าน → ไปเมนูการแปลง → สะท้อน
- จะได้ภาพสะท้อนสามเหลี่ยม A'B'C'

2.



ขั้นตอนการสร้าง

- เลือกเส้นตรง → ไปเมนูการแปลง → ระบุเวกเตอร์ (จะเกิดระบิต 2 จุด)
- เลือกรูปดาว ทั้งบริเวณภายใน จุด และด้าน → ไปเมนูการแปลง → สะท้อน
- จะได้ภาพสะท้อน

ก่อนหน้า
 หน้าถัดไป
 กลับหน้าหลัก

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25 26 27 28 29 30 31 32 33 34 35 36 37 38 39 40 41 42 43 44 45 46 47 48 49 50

The Geometer's Sketchpad - [ชุดที่ 3 การสะท้อน (Reflection) - 42]

เพิ่ม แก้ไข แสดงผล สร้าง การแปลง การวัด กราฟ หน้าตา วิธีใช้

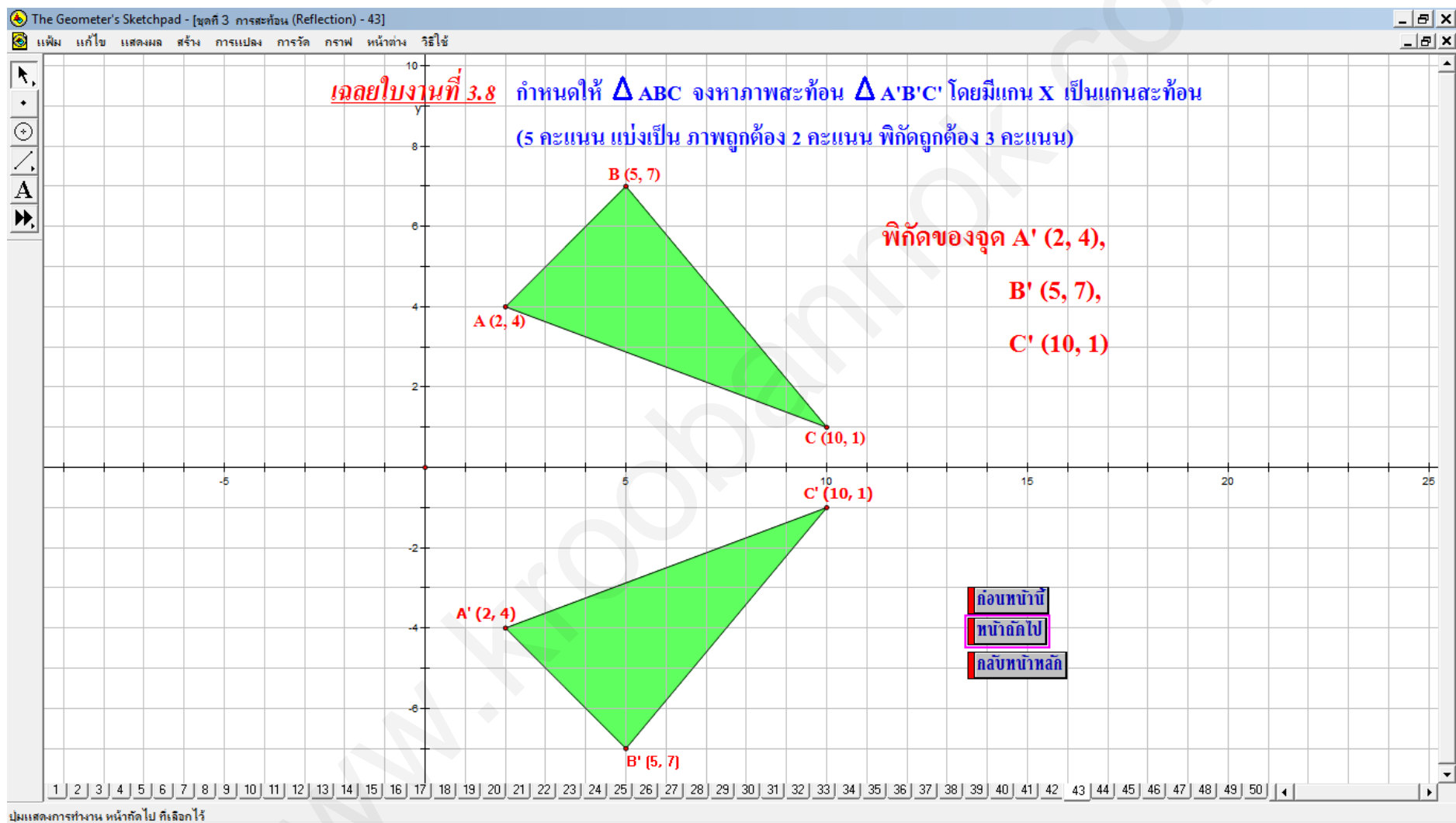
เฉลยใบงานที่ 3.7 นักเรียนสร้างรูปสัตว์ตามจินตนาการของตนเอง แล้วใช้หลักการสะท้อนให้เกิดเป็นรูปสัตว์ขึ้นมาจำนวน 1 รูป พร้อมทั้งตกแต่งให้สวยงาม (15 คะแนน)

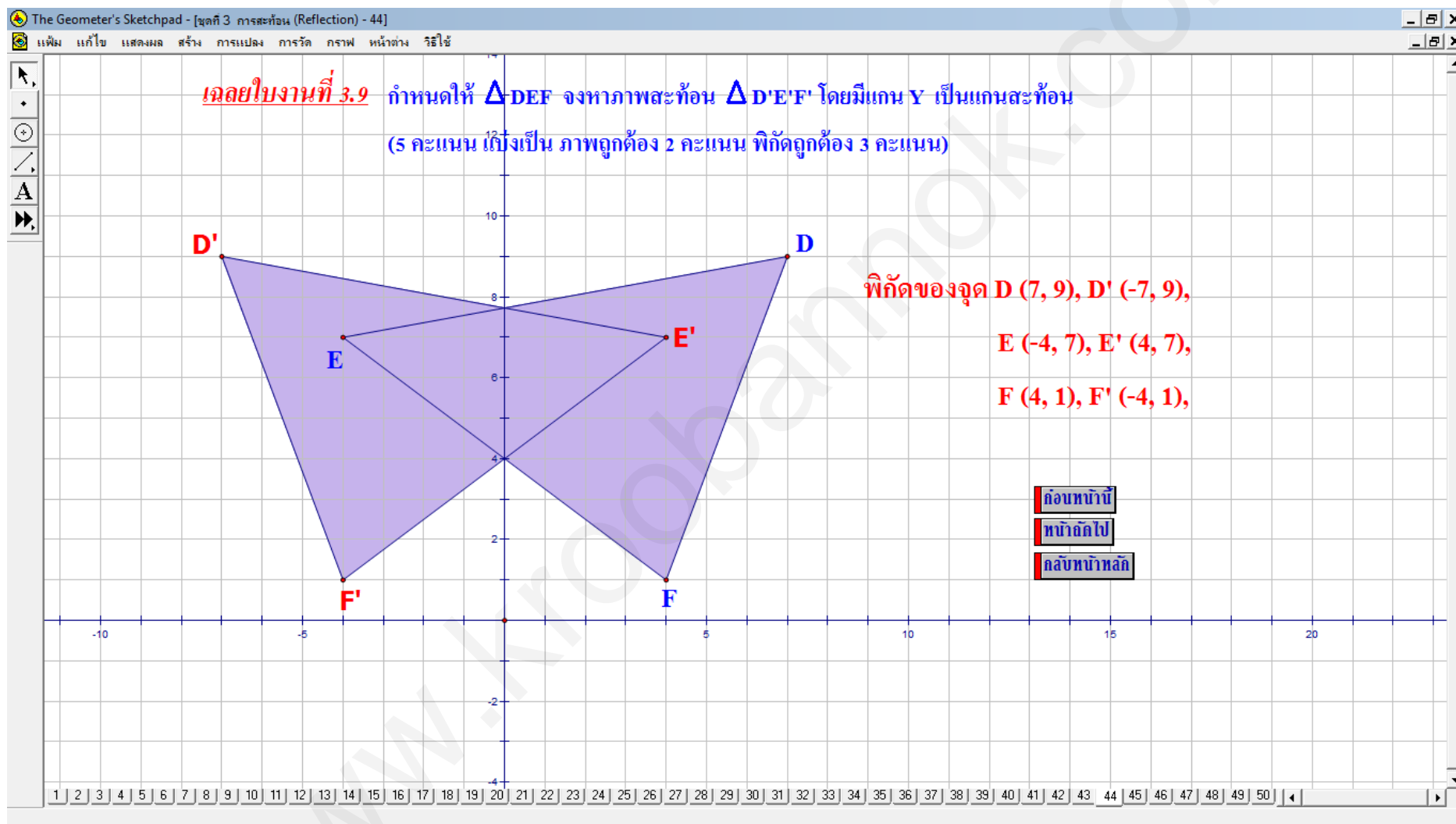
เกณฑ์คะแนน
 ความถูกต้องของรูปต้นแบบ 4 คะแนน
 ความถูกต้องของภาพ 3 คะแนน
 ความคิดสร้างสรรค์ 4 คะแนน
 ความสวยงาม 4 คะแนน

**อยู่ในดุลยพินิจของครู
โดยพิจารณาตามเกณฑ์**

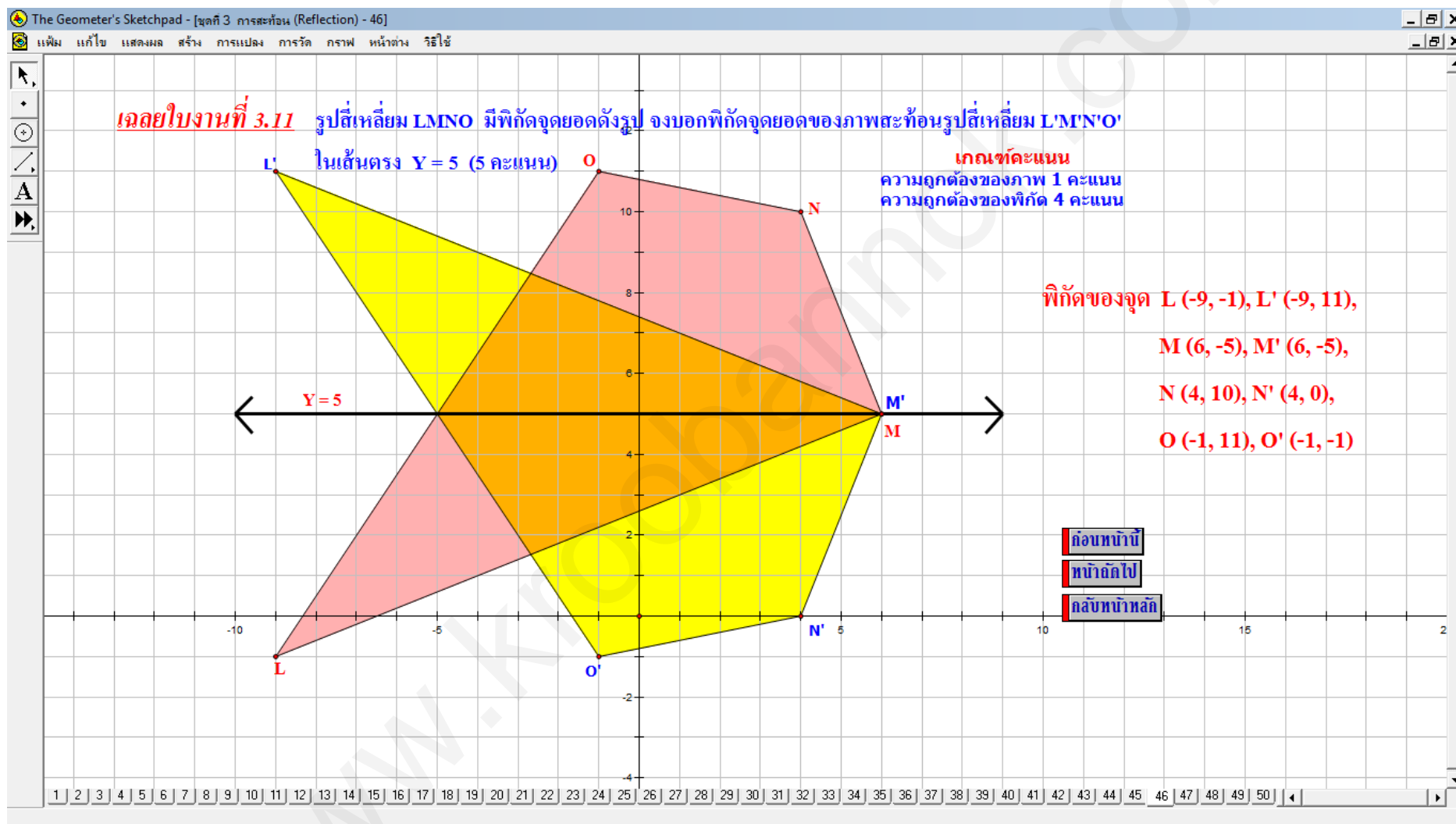
ก่อนหน้า
 หน้าถัดไป
 กลับหน้าหลัก

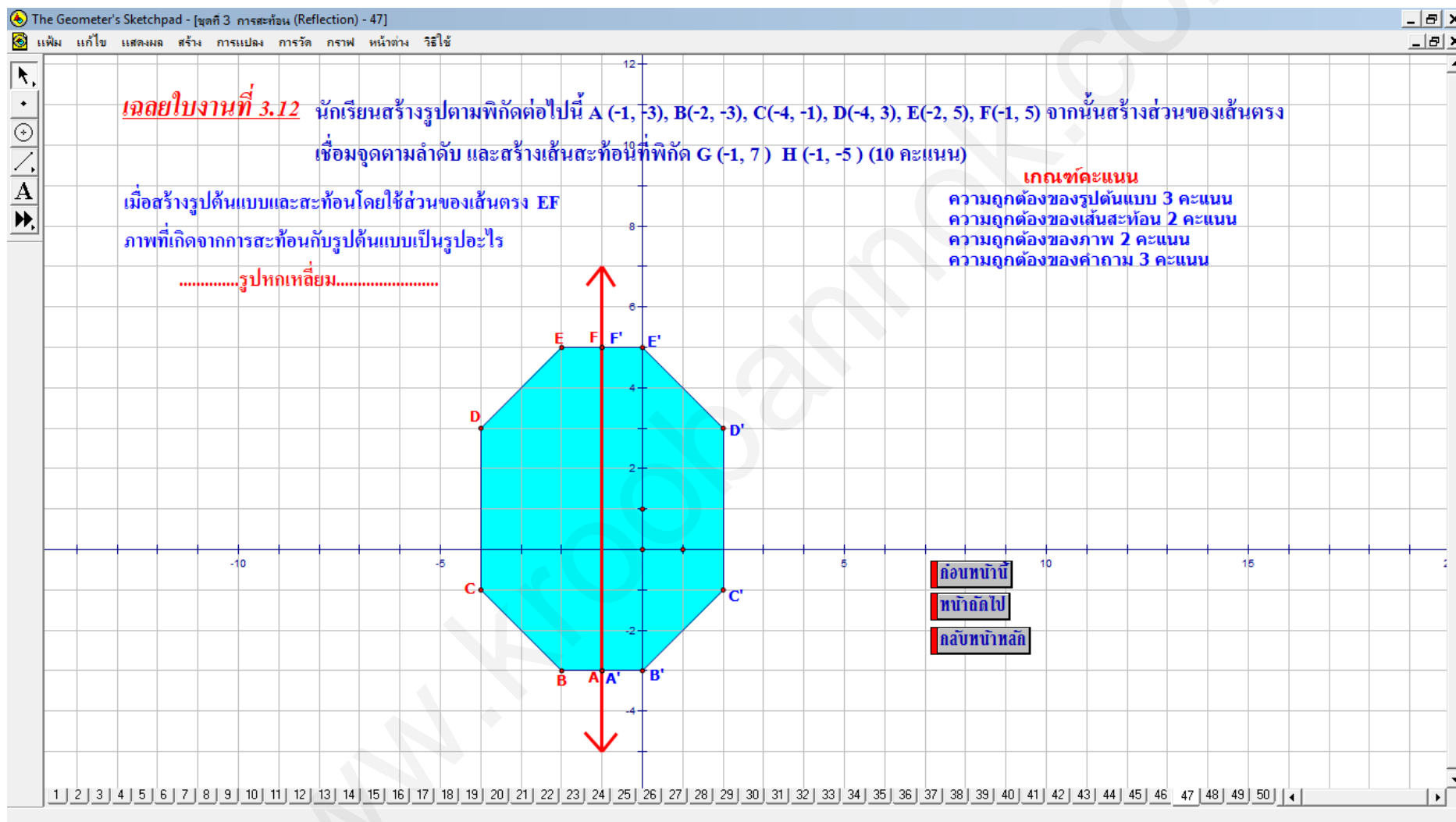
1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25 26 27 28 29 30 31 32 33 34 35 36 37 38 39 40 41 42 43 44 45 46 47 48 49 50

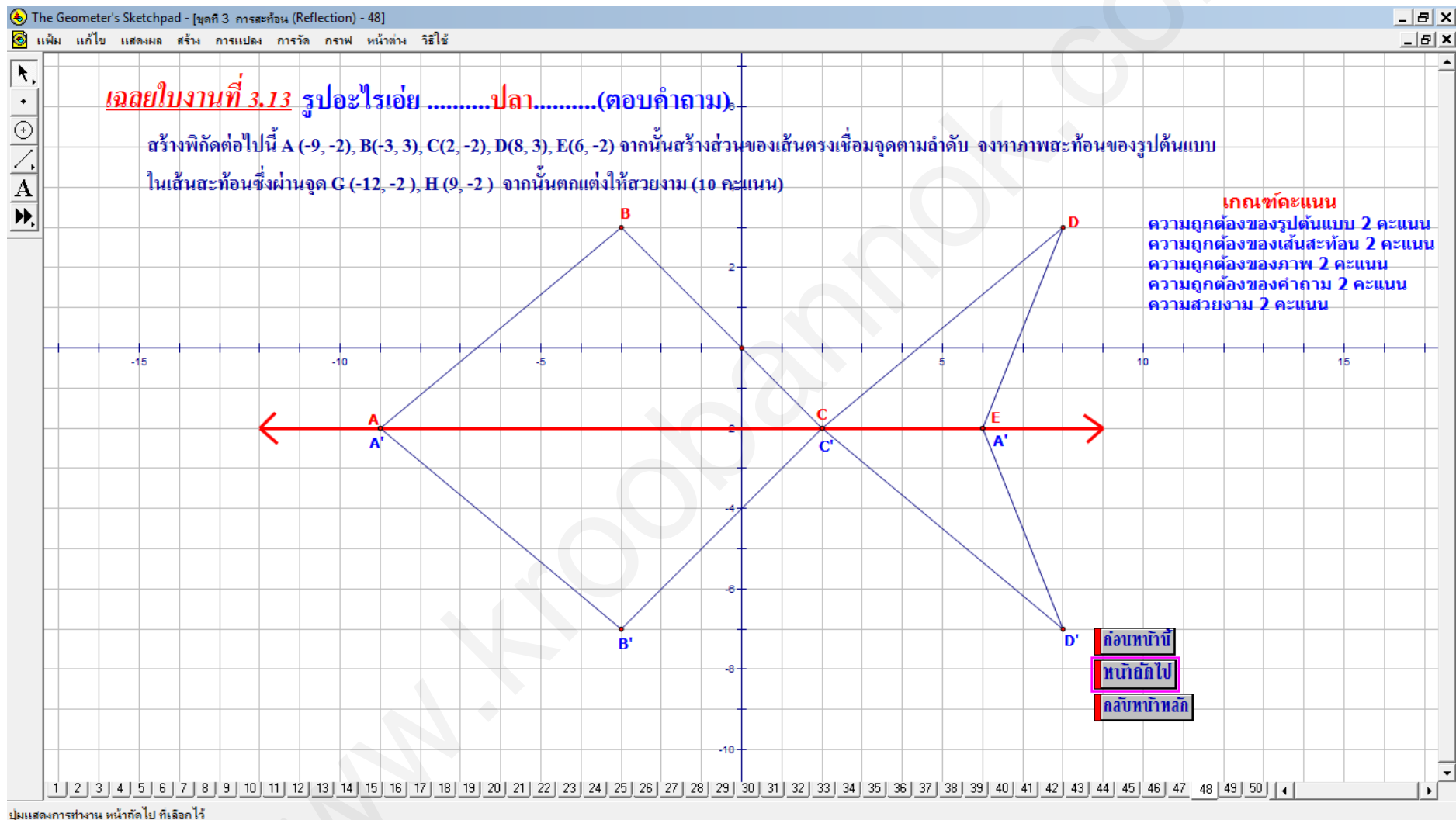












The Geometer's Sketchpad - [ชุดที่ 3 การสะท้อน (Reflection) - 49]

เพิ่ม แก้ไข แสดงผล สร้าง การแปลง การวัด กราฟ หน้าตา วิธีใช้

เฉลยใบงานที่ 3.14 นักเรียนสร้างรูปตามจินตนาการของตนเอง โดยใช้พิกัดของรูปต้นแบบไม่ต่ำกว่า 10 จุด จากนั้นกำหนดเส้นสะท้อนผ่านจุด 2 จุด แล้วใช้หลักการสะท้อนรูปร่างสิ่งที่นักเรียนสร้างขึ้นมา พร้อมทั้งตกแต่งให้สวยงาม

พิกัด.....

เกณฑ์คะแนน
 ความคิดสร้างสรรค์ 3 คะแนน
 ความสวยงาม 3 คะแนน
 ความถูกต้องของพิกัด 4 คะแนน

**อยู่ในดุลยพินิจของครู
โดยพิจารณาตามเกณฑ์**

ก่อนหน้า
 หน้าถัดไป
 กลับหน้าหลัก

ลากหรือเลือก ตามรายการ

The Geometer's Sketchpad - [ชุดที่ 3 การสะท้อน (Reflection) - 50]

เพิ่ม แก้ไข แสดงผล สร้าง การแปลง การวัด กราฟ หน้าต่าง วิธีใช้

เฉลยแบบทดสอบหลังเรียนชุดที่ 3

คำชี้แจง ให้นักเรียนใช้ ☐ หน้าคำตอบที่ถูกที่สุดเพียงคำตอบเดียว

1. การสะท้อนคืออะไร

ก. การเคลื่อนที่ไม่เป็นมุมเดียวกันรอบจุดตรงที่อยู่กับที่

ข. การเคลื่อนที่ทิศทางเดียวกันเป็นระยะทางเท่ากัน

☒ ค. การเคลื่อนที่ข้ามเส้นตรงเส้นหนึ่งเปรียบเสมือนกระจกเงา

ง. การเคลื่อนที่อย่างมีอิสระมีการเปลี่ยนแปลงทางรูปร่าง

จากรูปต่อไปนี้ตอบคำถามข้อ 4-6

2. ถ้าเกิดของจุด B คือ B (3, 1) พิกัดของจุด B' ที่เกิดจากการสะท้อนที่แกน Y แล้วสะท้อนต่อที่แกน X คือข้อใด

ก. (1, 3) ข. (3, 1)

ค. (3, -1) ☒ ง. (-3, -1)

3. ข้อใดเกี่ยวข้องกับการสะท้อน

☒ ก. ภาพเงาต้นไม้ในน้ำ

ข. ภาพกังหันลมในทุ่งหญ้า

ค. ภาพรถยนต์แล่นบนถนน

ง. ภาพนกบินอยู่บนท้องฟ้า

4. ใช้แกน Y เป็นเส้นสะท้อน รูป □DEFG พิกัดของภาพสะท้อนที่ได้คือข้อใด

ก. D'(-1, -2), E'(-2, 1), F'(-4, 1), G'(-5, -2)

ข. D'(-2, 1), E'(-4, 1), F'(-5, -2), G'(-1, -2)

ค. D'(4, -1), E'(2, -1), F'(5, 2), G'(1, 2)

☒ ง. D'(1, 2), E'(3, 2), F'(4, -1), G'(2, -1)

5. พิกัดของรูป △A'B'C' ซึ่งเป็นภาพที่ได้จากการสะท้อน △ABC โดยสะท้อนผ่านเส้นตรง L คือข้อใด

☒ ก. A'(-4, 4), B'(-3, 2), C'(-1, 3)

ข. A'(-3, 2), B'(-4, 4), C'(-1, 3)

ค. A'(-3, 2), B'(-1, 3), C'(-3, 2)

ง. A'(-1, 3), B'(-3, 2), C'(-4, 4)

6. พิกัดรูปดาว H'V'J'K'W' ข้อใดเป็นการสะท้อนรูปดาว H'V'J'K'W' โดยใช้แกน Y เป็นเส้นสะท้อน

ก. H'(2, -4), V'(5, -2), J'(1, -2), K'(4, -4), W'(3, -1)

☒ ข. H'(3, -1), V'(-4, -4), J'(1, -2), K'(5, -2), W'(2, -4)

ค. H'(-4, -4), V'(-2, 4), J'(-1, 2), K'(-3, 1), W'(-5, 2)

ง. H'(3, 1), V'(-4, 4), J'(1, 2), K'(-5, 2), W'(-2, 4)

7. ให้รูป A และรูป B เท่ากันทุกประการ จงพิจารณาว่ารูป B ในข้อใด เป็นภาพที่เกิดจากการสะท้อนรูป A ได้ถูกต้อง

ก. รูป ก

ข. รูป ข

ค. รูป ค

☒ ง. รูป ง

8. จาก □ABCD ที่มีจุดยอดอยู่ที่ A(-1, -3), B(1, -3), C(2, -1), D(0, -1) เส้นสะท้อนคือเส้นตรง Y = 0 พิกัดของจุดยอดที่ได้จากการสะท้อนคือข้อใด

ก. A'(-1, -3), B'(-3, 3), C'(-4, -1), D'(-2, -1)

ข. A'(5, -3), B'(3, -3), C'(2, -1), D'(4, -1)

☒ ค. A'(-1, 3), B'(1, 3), C'(2, 1), D'(0, 1)

ง. A'(-1, -3), B'(1, -3), C'(2, -5), D'(1, -5)

9. จุด A(2, 1) มีแกน Y เป็นแนวสะท้อน พิกัดของจุด A' คือข้อใด

ก. A'(-2, -1) ข. A'(2, 1)

☒ ค. A'(-2, 1) ง. A'(1, 2)

10. ข้อใดไม่ใช่เส้นสะท้อน

☒ ก. เส้นตรง P

ข. เส้นตรง O

ค. เส้นตรง N

ง. เส้นตรง M

ก่อนหน้า

กลับหน้าหลัก

บรรณานุกรม

- กรมวิชาการ. (2551). *หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551*. กรุงเทพฯ : โรงพิมพ์คุรุสภา.
- _____. (2553). *หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 (ฉบับปรับปรุง 2553)*. กรุงเทพฯ : โรงพิมพ์คุรุสภา.
- กิมว้างน์ ธรรมใจ. (2548). *เอกสารประกอบการอบรมเชิงปฏิบัติการเรขาคณิตแบบพลวัต*. กรุงเทพฯ : สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี.
- โรงเรียนอนุบาลทับกวาง. (2553). *หลักสูตรสถานศึกษากลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์*. สระบุรี : โรงเรียนอนุบาลทับกวาง.
- วิมล อยู่พิพัฒน์. (2551). *บทเรียนโปรแกรม GSP (GEOMETER'S SKETCHPAD) ที่เน้นทักษะการเชื่อมโยง เรื่อง การวัด สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2*. ปรินญานิพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ : มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.
- สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2546 ข). *คู่มือวัดผลประเมินผลคณิตศาสตร์*. กรุงเทพฯ : กรมวิชาการ กระทรวงศึกษาธิการ.
- _____. (2548). *เรียนรู้การใช้งานเบื้องต้น The Geometer's Sketchpad ซอฟต์แวร์สำรวจเชิงคณิตศาสตร์ เรขาคณิตพลวัต*. กรุงเทพฯ : สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี.